

FICHA DE PREPARAÇÃO DE EXAME N.º 16 (Exponenciais e Logaritmos/Cálculo Diferencial)	TURMA: 12.ª	2019/2020
--	--------------------	------------------

1. Seja f a função, de domínio \mathbb{R}^+ , definida por $f(x) = x^a + a^2 \ln x$ (a é um número real maior do que 1), e seja r a reta tangente ao gráfico da função f no ponto de abcissa a .

Qual é o declive da reta r ?

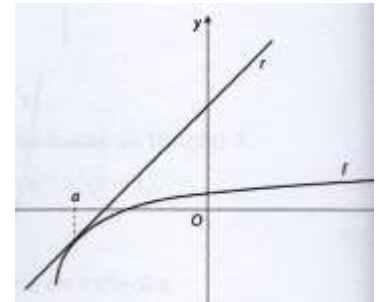
- (A) $a^{a-1} + a^2$ (B) $a^a + a^2$ (C) $a^{a-1} + a$ (D) $a^a + a$

2. Na figura, está representada, num referencial o.n. xOy , parte do gráfico da função f , de domínio $]-6, +\infty[$ definida por $f(x) = \ln\left(\frac{x}{3} + 2\right)$

Sabe-se que:

- . a reta é tangente ao gráfico da função f no ponto de abcissa a ;
- . a inclinação da reta r é, em radianos, $\frac{\pi}{4}$.

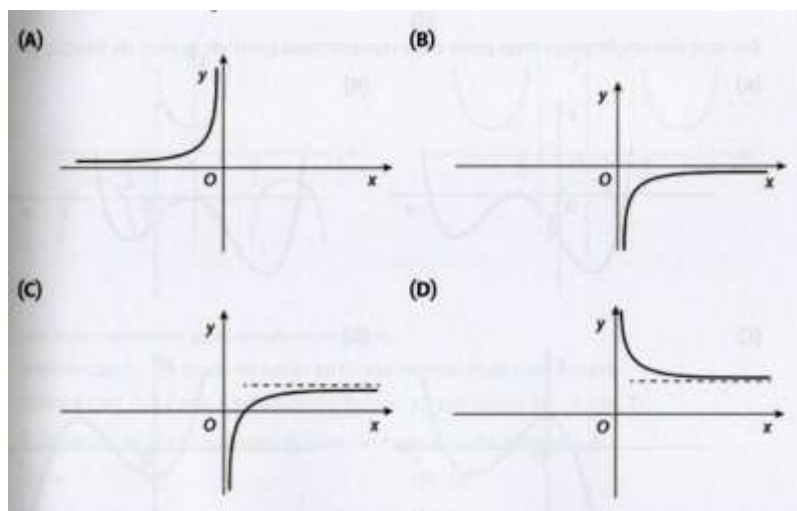
Qual é o valor de a ?



- (A) -4 (B) $-\frac{9}{2}$ (C) $-\frac{11}{2}$ (D) -5

3. Considere, para um certo número real a positivo, a função f , de domínio \mathbb{R}^+ , definida por $f(x) = a + \ln\left(\frac{a}{x}\right)$

Em qual das opções seguintes pode estar representada parte do gráfico da função f' , primeira derivada de f ?



4. Considera a função f , definida em \mathbb{R} por $f(x) = e^x$ e a função g , definida em \mathbb{R}^+ por $g(x) = \ln x$.

A reta r é tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa a e é tangente ao gráfico de g no ponto de abcissa b .

Qual das igualdades seguintes é verdadeira?

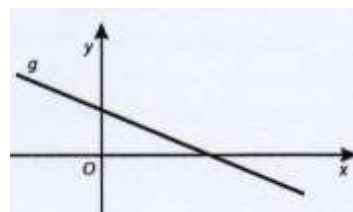
- (A) $e^a = \frac{1}{b}$ (B) $e^a = \ln b$ (C) $e^{a+b} = 1$ (D) $\ln(ab) = 1$

5. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = x^2 + 1$
 Seja g a função cujo gráfico é a reta representada na figura.

Seja $h = f + g$

Seja h' a função derivada da função h

O gráfico da função h' é uma reta. Sejam m e b ,
 respetivamente, o declive e a ordenada na origem desta reta.
 Qual das afirmações seguintes é verdadeira?



- (A) $m > 0$ e $b > 0$ (B) $m > 0$ e $b < 0$ (C) $m < 0$ e $b > 0$ (D) $m < 0$ e $b < 0$

6. Seja f a função definida em \mathbb{R}^+ por $f(x) = x \ln x - 3x$

6.1. Determina a equação reduzida da reta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa 1

6.2. Verifica se existe algum ponto do gráfico de f em que a reta tangente é paralela à bissetriz dos quadrantes pares

6.3. Resolve a equação $\frac{f(x)}{x} = -f'(x)$

7. Seja f a função de domínio \mathbb{R} definida por $f(x) = (x^2 + 4x + 2)e^{-x}$

Resolve a inequação $f(x) > f'(x)$

8. Seja f a função de domínio \mathbb{R}^+ definida por $f(x) = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{3x^2}{4}$

No gráfico de f' existe um ponto P tal que $[OP]$ é diagonal de um quadrado que tem um lado contido no eixo Ox e outro lado contido no eixo Oy . Determina a área desse quadrado.

9. Considera uma função f de domínio \mathbb{R}^+ tal que $f(1) = 2$. A sua função derivada é definida por $f'(x) = 2x - \ln x$

9.1. Determina $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{2x^2 + 2x - 4}$ e escreve a equação reduzida da reta perpendicular à reta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa 1.

9.2. A função f é contínua em $x = 1$? Justifica.

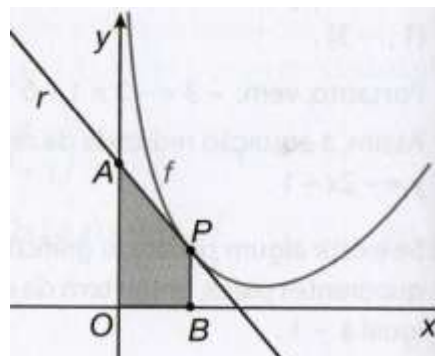
9.3. Admite que $f(x) = x(x + a + b \ln x)$, com a e b pertencentes a \mathbb{R} .
 Mostra que $a = 1$ e que $b = -1$

10. Considera a função f definida em \mathbb{R}^+ por

$$f(x) = -4 \ln x^2 + x^2 + 3$$

Considera um ponto P no primeiro quadrante tal que a reta r tangente ao gráfico de f , nesse ponto, é paralela à reta $y = -6x$. Seja A o ponto de interseção da reta r com o eixo Oy e seja B o ponto com a mesma abcissa de P e ordenada nula.

Determina a área do trapézio $[AOBP]$.



FIM