FICHA DE PREPARAÇÃO DE EXAME N.º 15 (Exponenciais e Logaritmos)	TURMA:12.ºA	2019/2020

1.Considere a função f, de domínio IR, e a função g, de domínio $]0,+\infty[$, definidas por:

$f(x) = e^{x-2} - \frac{4e^{-x}+4}{e^2}$ e $g(x) = -\ln(x) + 4$

1.1. Mostre que $\ln(2+2\sqrt{2})$ é o único zero da função f, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

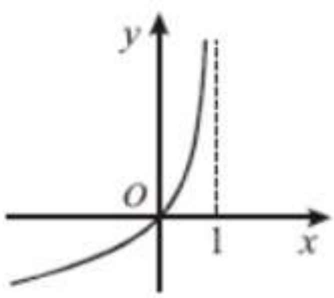
1.2. Considere, num referencial o.n. xOy, os gráficos das funções f e g e o triângulo [OAB]. Sabe-se que: O é a origem do referencial; A e B são pontos do gráfico de f; a abcissa do ponto A é o zero de f; o ponto B é o ponto de interseção do gráfico da função f com o gráfico da função g.
Determine a área do triângulo [OAB], recorrendo à calculadora gráfica.
Na sua resposta, deve:
. reproduzir os gráficos das funções f e g, devidamente identificados, incluindo o referencial;
. assinalar os pontos A e B;
. indicar a abcissa do ponto A e as coordenadas do ponto B com arredondamento às centésimas;
. apresentar o valor da área pedida com arredondamento às décimas.

2. Determine, sem recorrer à calculadora, o conjunto dos números reais que são soluções da inequação:

$$\log_3(7x+6) \geq 2 + \log_3 x$$

Apresenta a sua resposta usando a notação de intervalos de números reais.

3. Na figura, está representada num referencial o.n. xOy, parte do gráfico de uma função f, contínua, de domínio$]-\infty, 1[$.
Tal como a figura sugere, a reta de equação x = 1 é assíntota do gráfico de f. Qual é o valor de $\lim_{x\to 1^-} \frac{3x}{f(x)}$?

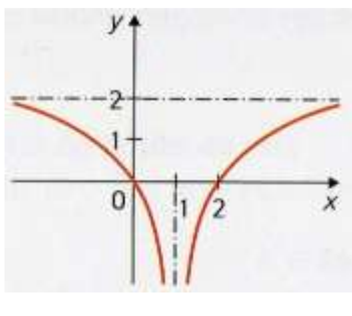


(A) $-\infty$ (B) 3 (C) 0 (D) $+\infty$

4. O valor de $\lim_{x\to 0^+} \frac{lnx}{x-1}$ é:

(A) $+\infty$ (B) 1 (C) 0 (D) -1

5. Considera as sucessões (u_n) e (v_n) de termos gerais:
$u_n = log\left(\frac{1}{n}\right)$ e $v_n = \sqrt[n]{2}$, e a função f representada graficamente:
Pode-se afirmar que:



(A) $\lim(f(u_n)) = -\infty \ e \ \lim(f(v_n)) = 0$
(B) $\lim(f(u_n)) = 2 \ e \ \lim(f(v_n)) = 0$
(C) $\lim(f(u_n)) = -\infty \ e \ \lim(f(v_n)) = -\infty$
(D) $\lim(f(u_n)) = 2 \ e \ \lim(f(v_n)) = -\infty$

6. Seja h(x)= $\begin{cases} \frac{\ln(x+1)}{kx} & se \quad x > 0 \\ \frac{x^2-2x}{x} & se \quad x < 0 \end{cases}$. O valor de k para o qual existe $\lim_{x \to 0} h(x)$ é:

(A) 2 (B) -2 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $-\frac{1}{2}$

7. Calcula, caso exista, os seguintes limites:

7.1. $\lim_{x \to -\infty} \frac{xe^x}{x-2}$ 7.2. $\lim_{x \to +\infty} \frac{logx^2}{2+logx}$ 7.3. $\lim_{x \to -\infty} \left[\frac{e^x-1}{x} + \frac{\ln(-x)}{2^x}\right]$ 7.4. $\lim_{x \to 0} \frac{\ln(\pi x+1)}{1-e^{-3x}}$

8. Estuda as assíntotas ao gráfico da seguinte função: $f(x) = 2x - e^{\frac{1}{1-x}}$.

9. Para cada número real k pertencente ao intervalo]0, 2[a expressão:

$$f(x) = \begin{cases} ln\left(\frac{2-x}{x}\right) & se \quad 0 < x \leq k \\ \frac{3}{4}x - e^{-x} & se \quad x > k \end{cases}$$

Define uma função f de domínio IR⁺.

9.1. Nos dois itens seguintes considera k = 1

9.1.1. Por processos analíticos, estuda o gráfico de f quanto à existência de assíntotas.

9.1.2. Mostra que a equação $f(x) = 2f\left(\frac{3}{4}\right)$ tem pelo menos uma solução no intervalo]1,5; 2[.

9.2. Existe um valor de k para o qual a função f é contínua em IR⁺. Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, determina um valor aproximado desse valor de k, arredondado ás centésimas.

10. De uma função h, de domínio IR⁺, sabe-se que a reta de equação $y = \frac{x+1}{2}$ é uma assíntota do seu gráfico.
Considera a função g, de domínio IR⁺, definida por: $g(x) = \frac{h(x) \times lnx}{x^2}$

Mostra que o gráfico de g tem uma assíntota horizontal.

FIM