

<b>FICHA DE PREPARAÇÃO PARA O TESTE N.º 3</b>	<b>TURMA: 12.ºA</b>	<b>2019/2020</b>
---	---------------------	------------------

1. Seja a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = \sin(2x)$ .

Qual é o declive da reta tangente ao gráfico de  $f$  no ponto de abcissa  $\frac{\pi}{8}$  ?

- [A]  $\sqrt{2}$                       [B]  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       [C]  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       [D]  $\frac{1}{2}$

2. Um baralho de cartas completo é constituído por 52 cartas, repartidas em 4 naipes (Espadas, Copas, Ouros e Paus). Em cada naipe há um Ás, três figuras (Rei, Dama e Valete) e mais nove cartas (do Dois ao Dez).

2.1. O Rodrigo vai retirar, sucessivamente e sem reposição, cinco cartas para fazer uma sequência. Ele quer iniciar a sequência com um rei, quer que as duas cartas seguintes sejam ases e quer concluir a sequência com duas cartas das restantes cartas que não sejam reis nem ases.

Quantas sequências diferentes, pode o Rodrigo fazer?

2.2. O Rodrigo retirou, simultaneamente, cinco cartas do baralho. Qual é a probabilidade de o Rodrigo ter retirado pelo menos quatro figuras?

**Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.**

3. De uma função  $g$ , de domínio  $[-\pi, \pi]$ , sabe-se que a sua função derivada tem domínio  $[-\pi, \pi]$  e é definida por  $g'(x) = x + 2\sin(x)$

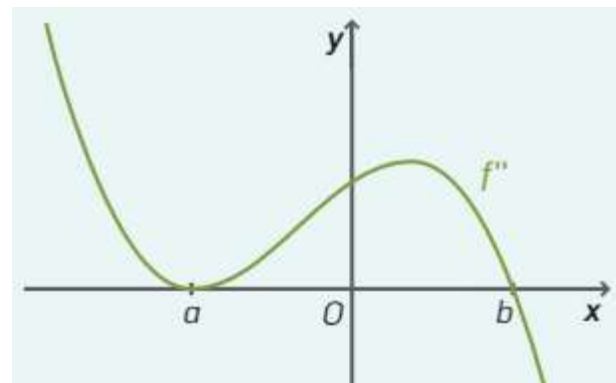
3.1. Determina o valor de  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{5g(x) - 5g\left(\frac{\pi}{2}\right)}{x - \frac{\pi}{2}}$

3.2. Estuda a função  $g$  quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e determina as abcissas dos pontos de inflexão.

4. Na figura está representada parte do gráfico da função  $f''$ -

Qual das afirmações, relativas ao gráfico de  $f$ , é verdadeira?

- [A] A concavidade está voltada para baixo em  $]a, b[$ .  
 [B] A concavidade nunca está voltada para baixo.  
 [C] O ponto de abcissa  $a$  é um ponto de inflexão.  
 [D] O ponto de abcissa  $b$  é um ponto de inflexão.



5. Para um certo número real  $k$ , é contínua a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(3x)}{x} & \text{se } x < 0 \\ \sqrt{x+k} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

Qual é o valor de  $k$ ?

[A] 1

[B] 27

[C] 9

[D] 3

6. Usando uma fórmula adequada, calcula o valor exato da seguinte expressão:

$$\sqrt{3} \cos^2\left(\frac{\pi}{12}\right) - \sqrt{3} \sin^2\left(\frac{\pi}{12}\right)$$

7. Calcula, caso existam, os seguintes limites:

7.1.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin\left(\frac{2\pi}{x}\right)$

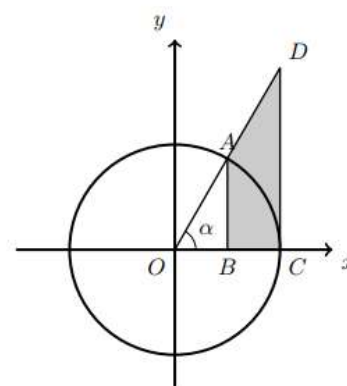
7.2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - 6x}{2x + \sin(3x)}$

7.3.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{6 - 3x}{\sin(2x - 4)}$

8. Na figura está representada a circunferência trigonométrica.

Sabe-se que:

- . O ponto A pertence ao primeiro quadrante e à circunferência;
- . O ponto B pertence ao eixo  $Ox$
- . O ponto C tem coordenadas (1, 0)
- . O ponto D pertence à semirreta  $\hat{O}A$
- . Os segmentos de reta [AB] e [DC] são paralelos ao eixo  $Oy$



Seja  $\alpha$  a amplitude do ângulo COD

Mostra que a área do quadrilátero [ABCD], representada a sombreado, é dada em função de  $\alpha$  por:

$$A(\alpha) = \frac{\tan \alpha}{2} - \frac{\sin(2\alpha)}{4}, \alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$$

9. Considera a função  $f$ , de domínio  $]0, \pi[$  definida por:  $f(x) = \frac{2 - \cos x}{\sin x}$

Estuda a função  $f$  quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos.

10. Seja  $f$  a função definida por  $f(x) = 1 - (\cos(50x) - \sin(50x))^2$ .  
Qual das expressões seguintes também define a função  $f$ ?

- [A]  $\sin(100x)$                                       [B]  $\sin(25x)$   
[C]  $1 - \cos(100x)$                                 [D]  $1 - \cos(25x)$

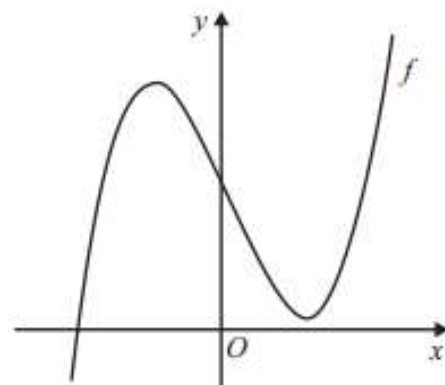
11. De uma função  $g$ , de domínio  $[-\pi, \pi]$ , sabe-se que a sua derivada está definida igualmente no intervalo  $[-\pi, \pi]$  e é dada por:  $g'(x) = x - 2\cos x$

Utilizando métodos exclusivamente analíticos:

11.1. Determina o valor de  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) - g(0)}{\pi x}$

11.2. Estuda a função  $g$  quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e à existência de pontos de inflexão.

12. Na figura, está representada, num referencial o.n.  $xOy$ , parte do gráfico de uma função polinomial. Sabe-se que o único ponto de inflexão do gráfico de  $f$  tem abcissa 0. Seja  $f''$  a segunda derivada de  $f$



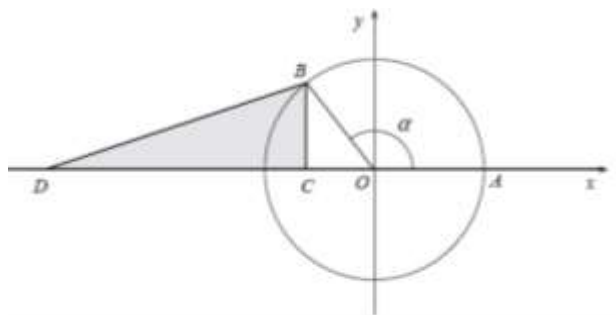
Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- [A]  $f''(1) + f''(2) < 0$                       [B]  $f''(-2) + f''(-1) > 0$   
[C]  $f''(-1) \times f''(-2) < 0$                 [D]  $f''(1) \times f''(2) > 0$

13. Na figura, está representada, num referencial o.n.  $xOy$ , uma circunferência de centro  $O$  e raio 1.

Sabe-se que:

- Os pontos  $A$  e  $B$  pertencem à circunferência;
- O ponto  $A$  tem coordenadas  $(1,0)$ ;
- Os pontos  $B$  e  $C$  têm a mesma abcissa;
- O ponto  $C$  tem ordenada zero;
- O ponto  $D$  tem coordenadas  $(-3,0)$ ;
- $\alpha$  é a amplitude, em radianos, do ângulo  $AOB$ , com  $\alpha \in \left] \frac{\pi}{2}, \pi \right[$



Mostra que a área do triângulo  $[BCD]$ , em função de  $\alpha$ ,  $A(\alpha) = \frac{1}{2}(3 + \cos \alpha)(\sin \alpha)$

14. Considera a função  $f$  de domínio  $]0, \frac{\pi}{2}[$  definida por  $g(x) = \frac{\cos x}{1 - \sin x}$

Mostra que a expressão da sua primeira derivada é definida por  $g'(x) = \frac{1}{1 - \sin x}$  e estuda a monotonia da função  $g$ , no intervalo referido.

15. Resolve, em  $\mathbb{R}$ , a seguinte equação:  $\sqrt{3}\cos x + \sin x = -2$

*Nota: Começa por utilizar uma fórmula adequada.*

16. Determina o valor exato de:  $\sin\left(\frac{5\pi}{8}\right)\cos\left(\frac{5\pi}{8}\right)$

17. Qual é a **frequência** de um oscilador harmónico cuja **pulsação** é igual a  $\pi$  ?

[A]  $\frac{1}{2}$                       [B] 2                      [C]  $\frac{1}{\pi}$                       [D]  $\frac{2}{\pi}$

18. Um ponto desloca-se sobre uma reta numérica de tal modo que a sua abcissa,  $t$  segundos após um certo instante inicial, é dada por  $x(t) = 5\cos(6\pi t + 2)$ .

Qual é a **frequência** deste oscilador harmónico?

[A] 2                      [B] 3                      [C] 5                      [D] 6

19. Um saco tem 15 bolas numeradas de 1 a 15. Sabe-se que:

- . as bolas com número par são pretas;
- . as bolas com número ímpar inferior a 11 são brancas;
- . as bolas com número ímpar não inferior a 11 são amarelas.

Considera a experiência aleatória que consiste na extração de uma bola deste saco e os seguintes acontecimentos:

B: «Sair bola branca» e C: «Sair bola com número menor do que 6»

O valor de  $P(\bar{B}|C)$  é igual a:

[A]  $\frac{3}{5}$                       [B]  $\frac{2}{5}$                       [C]  $\frac{2}{3}$                       [D]  $\frac{1}{3}$

20. Considera a função  $g$  definida por  $g(x) = \cos^2 x - \sin x$  e seja  $t$  a reta tangente ao gráfico de  $g$  no ponto de abcissa  $\pi$ . As coordenadas do ponto de interseção da reta  $t$  com o eixo das abcissas são:

[A]  $(1 - \pi, 0)$                       [B]  $(\pi - 1, 0)$                       [C]  $(\pi, 0)$                       [D]  $(1, 0)$

FIM