

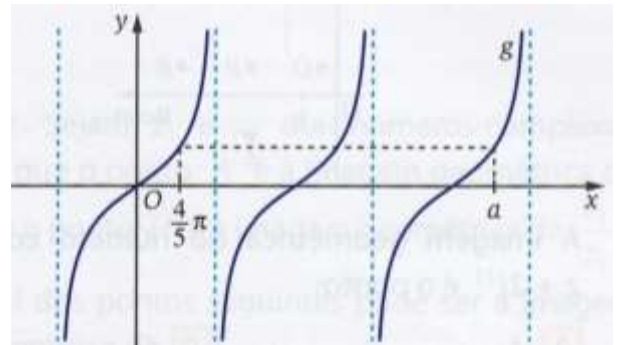
<b>FICHA DE PREPARAÇÃO DE EXAME N.º 13 (TRIG12)</b>	<b>TURMA: 12.ª A</b>	<b>2019/2020</b>
---	----------------------	------------------

1. Seja  $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  e  $g$  uma função de domínio  $\mathbb{R}$  definida por  $g(x) = \text{sen}^2(2x) + 1$ .

Qual é o valor de  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) - g(a)}{x - a}$ ?

- [A]  $\text{sen}(4a)$                       [B]  $2\text{sen}(4a)$                       [C]  $2\text{sen}(2a)$                       [D]  $4\text{sen}(2a)$

2. Na figura está representada parte do gráfico da função  $g$  definida por  $g(x) = 2\text{tg}\left(\frac{x}{3}\right)$ .



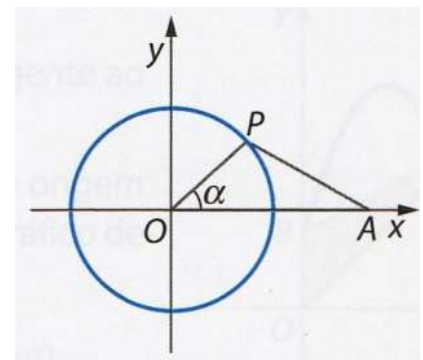
2.1. Tendo em conta a figura e sabendo que  $g(a) = g\left(\frac{4\pi}{5}\right)$ , qual é o valor de  $a$ ?

- [A]  $\frac{19\pi}{5}$                                       [B]  $\frac{27\pi}{5}$   
[C]  $\frac{34\pi}{5}$                                       [D]  $\frac{42\pi}{5}$

2.2. Se  $\text{tg}\alpha = \sqrt{2}$  qual é o valor de  $g(6\alpha)$ ?

- [A]  $-4\sqrt{2}$                       [B]  $-2\sqrt{2}$                       [C]  $2\sqrt{2}$                       [D]  $4\sqrt{2}$

3. Na figura está representado, num referencial o.n.  $xOy$ , a circunferência trigonométrica e o ponto  $A$  de coordenadas  $(2, 0)$ . Considera que o ponto  $P$  se desloca sobre a circunferência.  $\alpha$  é a amplitude, em radianos, do ângulo  $AOP$  ( $\alpha \in [0, 2\pi[$ ).



Qual das expressões seguintes dá o comprimento do segmento de reta  $[AP]$ ?

- [A]  $\sqrt{5 - 4\text{sen}\alpha}$                       [B]  $\sqrt{5 - 4\text{cos}\alpha}$   
[C]  $2 - \text{cos}\alpha + \text{sen}\alpha$                       [D]  $\sqrt{3 + \text{cos}^2\alpha + 2\text{cos}\alpha}$

4. Determina o valor dos seguintes limites:

4.1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x\text{sen}(ax) - \text{sen}((ax)^2)}{bx^2}$

4.2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left( \text{sen}\left(\frac{1}{x}\right) + \text{sen}\left(\frac{2}{x}\right) \right)$

5. Considera uma função  $f$ , de domínio  $]0, \pi[$ .

Sabe-se que  $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 3$  e que a função derivada de  $f$  é definida por  $f'(x) = -\frac{\cos x}{\sin^2 x}$ .

5.1. Determina  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{f(x) - 3}{6x - \pi}$  e escreve a equação reduzida da reta tangente ao gráfico de  $f$  no ponto de abscissa  $\frac{\pi}{6}$ .

5.2. Mostra que o gráfico de  $f$  não tem pontos de inflexão.

5.3. Considera que a função  $f$  é definida por  $f(x) = \frac{a + b \sin x}{\sin x}$ , com  $a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

5.3.1. Mostra que  $a = b = 1$

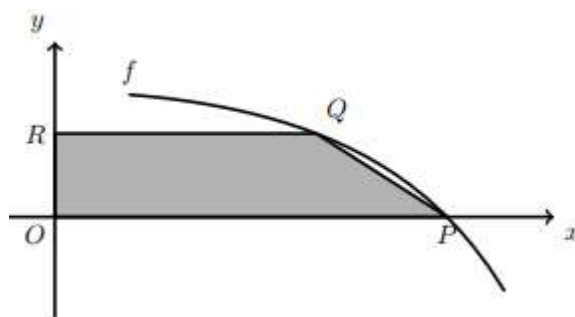
5.3.2. Estuda a função  $f$  quanto à existência de assíntotas do seu gráfico. Caso existam, indica as suas equações.

6. Considera a função  $f$ , de domínio  $]-\pi, \pi[$ , definida por  $f(x) = \frac{\cos x}{1 + \cos x}$

6.1. Estuda a função quanto à existência de assíntotas do seu gráfico.

6.2. Mostra que a função tem um máximo e determine-o.

6.3. Na figura está representada, em referencial o.n.  $xOy$ , uma parte do gráfico da função  $f$ .



Na mesma figura está representado um trapézio  $[OPQR]$ .

O ponto  $O$  é a origem do referencial, e os pontos  $P$  e  $R$  pertencem aos eixos  $Ox$  e  $Oy$ , respetivamente.

Os pontos  $P$  e  $Q$  pertencem ao gráfico de  $f$ .

Sabendo que o ponto  $R$  tem ordenada  $\frac{1}{3}$ , determina a área do trapézio.

7. Seja  $g$  a função definida em  $[0, 200\pi]$  por  $g(x) = \cos^2 x + \cos x - x$ . Mostra que o gráfico de  $g$  intersecta a bissetriz dos quadrantes pares em 300 pontos.