| FICHA DE TRABALHO N.º 8<br>*Osciladores Harmónicos* | TURMA:12.ºA | 2019/2020 |
|---|---|---|

1. Um ponto P desloca-se numa reta numérica, sendo a sua abcissa dada, em função de $t \in [0,10]$, tempo medido em segundos, pela seguinte expressão $x(t) = 3\cos\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right)$

1.1. Indica a abcissa do ponto P nos instantes t = 0 e t = 2,5

1.2. Justifica que o sistema descrito é um oscilador harmónico e indica as respetivas amplitudes A, pulsação $\omega$ e fase $\varphi$ .

1.3. Determina o período e a frequência do oscilador harmónico.

1.4. Determina os instantes t para os quais a abcissa do ponto P é igual a 1,5 .

1.5. Determina os instantes t para os quais a distância do ponto P à origem é máxima.

2. Um ponto P desloca-se numa reta numérica, sendo a sua abcissa dada, em função de $t \geq 0$, tempo medido em segundos, pela seguinte expressão: $x(t) = 6\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$

O período e a fase deste oscilador harmónico são:

(A) $T = \pi\, s \ e \ \varphi = \frac{\pi}{4} rad$

(B) $T = 2\, s \ e \ \varphi = \frac{\pi}{4} rad$

(C) $T = 6\, s \ e \ \varphi = \pi rad$

(D) $T = 8\, s \ e \ \varphi = \pi rad$

3. A frequência de um oscilador harmónico é $f = 50\, Hz$

A pulsação desse oscilador harmónico é:

(A) 50 rad/s (B) $50\pi$ rad/s (C) 100 rad/s (D) $100\pi$ rad/s

4. Um ponto P desloca-se numa reta numérica, de tal forma que a respetiva abcissa, como função de $t \in [0,6]$ (tempo medido em segundos), é dada pela expressão: $x(t) = 4\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right) + 3$

4.1. Indica a abcissa do ponto nos instantes t = 0 e t = 1,75

4.2. Determina a frequência deste oscilador harmónico.

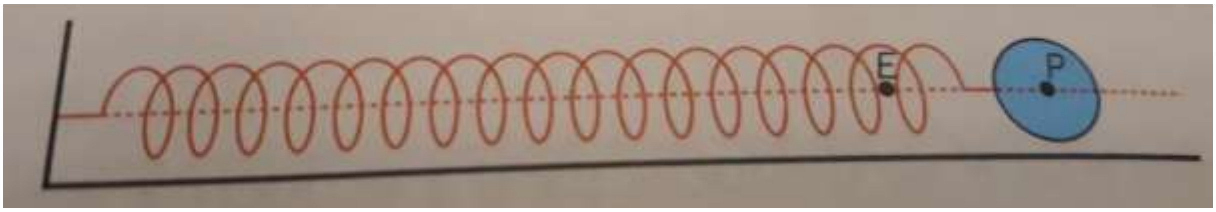
4.3. Determina a velocidade média do ponto P no intervalo [2, 4].

4.4. Determina a velocidade do ponto P no instante t = 2

4.5. Determina a aceleração média no intervalo [4, 5]

4.6. Estuda a variação da velocidade do ponto P. Indica os instantes em que a velocidade é máxima e os instantes em que a velocidade é mínima. Indica, ainda, o valor da aceleração do ponto P nesses instantes.

5. Uma esfera encontra-se em movimento oscilatório provocado pela força elástica exercida por uma mola.




Na figura, o ponto E é um ponto fixo, sendo o ponto de equilíbrio da mola. O ponto P representa o centro da esfera e desloca-se sobre a semirreta com origem na extremidade fixa da mola e que contém o ponto E. Admite que não existe qualquer resistência ao movimento. Sabe-se que a distância, em metros, do ponto P ao ponto E é dada por: $d(t)=\frac{5}{2}\cos\left(\frac{\pi}{4}t\right)+\frac{5\sqrt{3}}{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)$

A variável t designa o tempo, medido em segundos, que decorre desde o instante em que foi iniciada a contagem do tempo ( $t \geq 0$ ).

5.1. Prova que se trata de um oscilador harmónico. Indica a amplitude, o período, a frequência e a fase deste oscilador harmónico.

5.2. Sejam A e B dois pontos do gráfico de d, de abcissas a e b, respetivamente, tais que:

. $a \in ]0, \pi[$

. b - a = 8

Determina a abcissa do ponto A, para o qual a área do triângulo [OAB], sendo O a origem do referencial, é igual a 9.

Na tua resposta, deves:

. equacionar o problema;

. reproduzir o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiveres necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificados, incluindo o referencial;

. indicar a abcissa do ponto A com arredondamento às centésimas.

6. Um ponto P move-se no eixo das abcissas de forma que a sua abcissa no instante t (em segundos) é dada por: $x(t)=\sqrt{3}sen(\pi t)-\cos(\pi t)$

6.1. Prova que se trata de um oscilador harmónico.

6.2. Indica a amplitude, o período, a frequência e a fase deste oscilador harmónico.

6.3. Determina os instantes em que o módulo da velocidade de P é nulo.

6.4. Determina o valor real k tal que: $x''(t)=-k\times x(t)$

**Soluções:**

1.1. $\frac{3\sqrt{3}}{2};-3$ 1.2. $A=3;\omega=\frac{\pi}{3};\varphi=\frac{\pi}{6}$ 1.3. $T=6s\ e\ f=\frac{1}{6}Hz$

1.4. t = 0,5 ; t = 4,5 ; t = 6,5 1.5. t = 2,5 ; t = 5,5 ; t = 8,5

2. B 3. D

4.1. $3+2\sqrt{2};7$ 4.2. $\frac{1}{2}Hz$ 4.3. 0 unidades/s 4.4. $-2\pi\sqrt{2}$ unidades/s

4.5. $4\pi\sqrt{2}$ unidades/$s^2$

5.1. Amplitude: 5 m; Período: 8 s; Frequência: $\frac{1}{8}$Hz; Fase: $\frac{5\pi}{3}rad$

5.2. a $\approx 2,74$

6.2. Amplitude: 2 ; Período: 2 s; Frequência: $\frac{1}{2}Hz$ ; Fase: $\frac{4\pi}{3}rad$

6.3. $t=-\frac{4}{3}+k,k\in IN_2$

6.4. $k=\pi^2$