

FICHA DE PREPARAÇÃO DE  
EXAME N.º 11 (SUCESSÕES 11)

TURMA: 12.ºA

2019/2020

1. Seja  $u_n = \frac{1-2n}{5}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

O primeiro termo de  $(u_n)$  que é inferior a -2000 é o termo de ordem:

- (A) -5001                      (B) 2000                      (C) 5000                      (D) 5001

2. Se  $a$ ,  $2a$ ,  $a^2$  e  $b$  são os quatro primeiros termos de uma progressão aritmética, estritamente crescente, então o valor de  $b$  é:

- (A) 6                      (B) 8                      (C) 10                      (D) 12

3. Considera a sucessão  $(u_n)$  definida por: 
$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = -u_n + 2, \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- (A) O quinto termo é zero                      (B)  $(u_n) > 0, \forall n \in \mathbb{N}$   
(C)  $u_n \times u_{n+1} = 0, \forall n \in \mathbb{N}$                       (D)  $u_n \times u_{n+2} = 4, \forall n \in \mathbb{N}$

4. Em 2012, a população de uma certa cidade era de um milhão e trezentos mil habitantes e desde aí tem crescido à taxa anual de 1,6%. Se se mantiver esta taxa de crescimento, qual será a população, em milhares, em 2030?

- (A)  $1300 \times 1,016^{18}$                       (B)  $1300 \times 1,016^{19}$   
(C)  $1300 \times 0,016^{18}$                       (D)  $1300 \times 0,016^{19}$

5. Considera uma sucessão  $(b_n)$  monótona decrescente. Sabe-se que -1 é um minorante dos termos da sucessão. Qual das seguintes afirmações é necessariamente verdadeira?

- (A)  $(b_n)$  é um infinitamente grande negativo  
(B)  $(b_n)$  é um infinitamente grande positivo  
(C)  $(b_n)$  é um infinitésimo  
(D)  $(b_n)$  é convergente

6. Considera uma sucessão  $(u_n)$  definida por  $u_n = 1 - 2\text{sen}\left(\frac{n\pi}{3}\right)$

6.1. Determina o valor exato de  $u_{2014} - u_{2015}$

6.2. Indica, justificando, se existe na sucessão algum termo igual a 1

6.3. Prova que a sucessão é não monótona

6.4. Prova que a sucessão é limitada

7. Determina o termo geral de uma progressão aritmética  $(u_n)$  e estuda a sua monotonia, sabendo que:  $u_{10} = 8$  e  $u_{60} = 33$ .

8. Considera a sucessão  $(w_n)$  definida por  $w_n = \frac{2}{3^n}$

8.1. Prova que  $(w_n)$  é uma progressão geométrica e indica a sua razão.

8.2. Estuda a sucessão quanto à monotonia

8.3. Determina uma expressão,  $S_n$ , da soma dos  $n$  primeiros termos da sucessão  $(w_n)$

8.4. Calcula  $\lim S_n$

9. Demonstra, recorrendo ao método de indução matemática, que a soma dos quadrados dos  $n$  primeiros naturais é dada por:  $S(n) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, \forall n \in \mathbb{N}$

10. A Ana e a Fátima têm de ler, para a disciplina de Português, um livro com 255 páginas numeradas, da página 1 à página 255.

As duas raparigas começam a ler o livro no mesmo dia, na página 1.

A Ana lê uma página no primeiro dia e, em cada um dos dias seguintes, lê o dobro do número de páginas do dia anterior.

A Fátima lê três páginas no primeiro dia e, em cada um dos dias seguintes, lê mais duas páginas do que no dia anterior.

10.1. Verifica que, ao fim de  $n$  dias, a Ana já leu  $2^n - 1$  páginas e a Fátima já leu  $n^2 + 2n$  páginas.

10.2. Admite que a Ana acaba de ler o livro no dia 18 de abril.  
Em que dia acaba a Fátima de ler o livro? Justifica a tua resposta.

11. Determina a razão de uma progressão geométrica sabendo que  $a_1 = 2$  e que a soma de todos os seus termos é 10.

12. Seja  $a$  um número real

Sabe-se que  $a$ ,  $a + 6$  e  $a + 18$  são termos consecutivos de uma progressão geométrica.

Relativamente a essa progressão geométrica, sabe-se ainda que a soma dos sete primeiros termos é igual a 381. Determina o primeiro termo dessa progressão. (1.ª fase, 2018)

FIM