FICHA DE TRABALHO N.º 7 (Generalidades sobre Funções reais de variável real)	**TURMAS:10.ºA/10.ºB**	**2019/2020**

Generalidades sobre Funções reais de variável real

Definição

Chama-se ***função real de variável real*** a uma função cujo domínio e conjunto de chegada estão contidos em IR.

Domínio e conjunto de chegada de uma função real de variável real

Numa função real de variável real, quando o conjunto de chegada não é explicitamente referido, considera-se que é o conjunto IR.

Quando a função real de variável real é definida por meio de uma expressão analítica, e nada é indicado em contrário, considera-se que o domínio é o conjunto de todos os valores que podemos atribuir à variável, de tal forma que a expressão obtida tenha significado.

Exercício 1

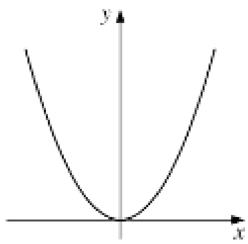
Determina o domínio de cada função definida pela expressão indicada

1.1. $f(x)=\dfrac{2}{x-3}$ 1.2. $g(x)=\dfrac{x-3}{x^2-4}$ 1.3. $h(x)=\sqrt{2-x}$

Paridade de uma função

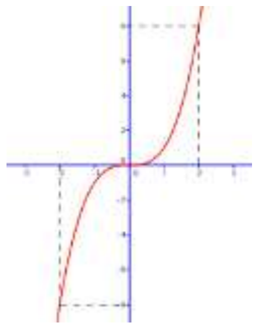
Uma função f é **par** se, para todo o x pertence a D_f , -x também pertence a D_f e $f(-x)=f(x)$.

Num referencial cartesiano, uma dada função é par se e só se o eixo das ordenadas for o eixo de simetria do respetivo gráfico.



Uma função f é **ímpar** se, para todo o x pertence a D_f , -x também pertence a D_f e $f(-x)=-f(x)$.

Num referencial cartesiano, uma dada função é ímpar se e só se o respetivo gráfico for simétrico em relação à origem do referencial.



Propriedade:
Se uma função f é ímpar e se $0 \in D_f$, então f(0) = 0.

Exercício 2
Estuda a paridade das seguintes funções:

2.1. $f(x) = 5x^3 + 2x$ 2.2. $f(x) = 3x^4 + 2x^2 - 1$ 2.3. $f(x) = 7x^3 - x^2$

2.4. $f(x) = \sqrt{x^2+4}$ 2.5. $f(x) = x^3 - \frac{1}{x}$ 2.6. $f(x) = 9$

Zeros e Sinal de uma função

. Os objetos cuja imagem é zero (caso existam) damos o nome de **zeros da função**.

. Dada uma função real de variável real e dado um conjunto E, contido no domínio da função, dizemos que:

- a função é positiva em E se qualquer elemento de E tiver imagem positiva;
- a função é negativa em E se qualquer elemento de E tiver imagem negativa.

Do ponto vista gráfico, para vermos onde é que a função é:

- **positiva**, indicamos, no eixo das abcissas, a parte do gráfico que está acima deste eixo;
- **negativa**, indicamos, no eixo das abcissas, a parte do gráfico que está abaixo deste eixo.

Extremos e Monotonia de uma função

Dada uma função *f*, de domínio D_f , e um conjunto A contido em D_f , diz-se que:

. *f* é constante em A se todos os elementos de A tiverem a mesma imagem;

. *f* é crescente em A se $\forall a,b \in A,\ a < b \Rightarrow f(a) < f(b)$

. *f* é crescente em sentido lato em A se $\forall a,b \in A,\ a < b \Rightarrow f(a) \leq f(b)$

. *f* é decrescente em A se $\forall a,b \in A,\ a < b \Rightarrow f(a) > f(b)$

. *f* é decrescente em sentido lato em A se $\forall a,b \in A,\ a < b \Rightarrow f(a) \geq f(b)$

Seja *f* uma função e seja *a* um valor pertencente ao domínio de *f*. Diz-se que:

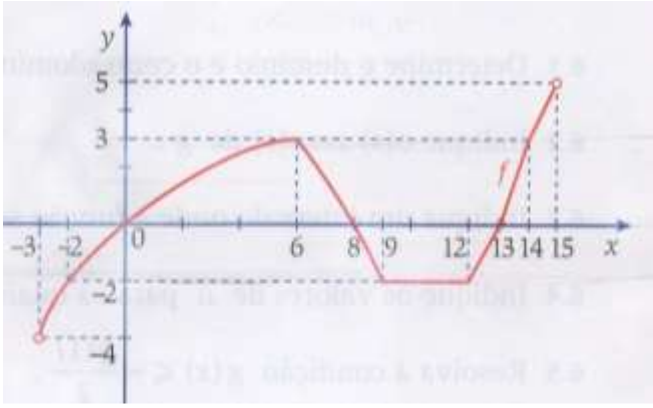
. *f(a)* é um **mínimo absoluto** da função *f* se $f(x) \geq f(a)$, $\forall x \in D_f$

. *f(a)* é um **máximo absoluto** da função *f* se $f(x) \leq f(a)$, $\forall x \in D_f$

. *f* atinge um **mínimo relativo** em *a* se existir uma vizinhança de *a* tal que $f(x) \geq f(a)$, considerando todos os objetos pertencentes a essa vizinhança e diz-se que *f(a)* é um mínimo relativo da função *f* e que a é um minimizante de *f*

. *f* atinge um **máximo relativo** em *a* se existir uma vizinhança de *a* tal que $f(x) \leq f(a)$, considerando todos os objetos pertencentes a essa vizinhança e diz-se que *f(a)* é um máximo relativo da função *f* e que a é um maximizante de *f*

Exercício 3
Considera a função f cujo gráfico é o apresentado ao lado.



3.1. Indica o domínio e o contradomínio de f.

3.2. Quais os valores de x para os quais f(x) = 0 ?

3.3. Constrói um quadro de sinais e indica os intervalos em que a função é negativa e positiva.

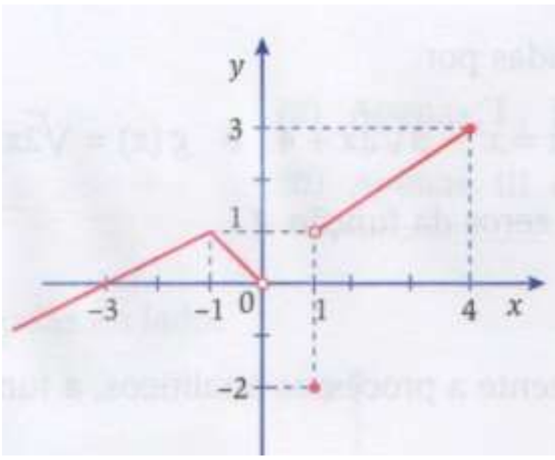
3.4. Indica as soluções da equação: f(x)+2=0

3.5. Constrói uma tabela de variação e indica os extremos e os respetivos extremantes.

3.6. Indica os valores de x de modo que:

3.6.1. f(x) > 3 3.6.2. $-2 < f(x) \leq 0$

Exercício 4
Considera a função g representada graficamente.



4.1. Determina o domínio e o contradomínio de g.

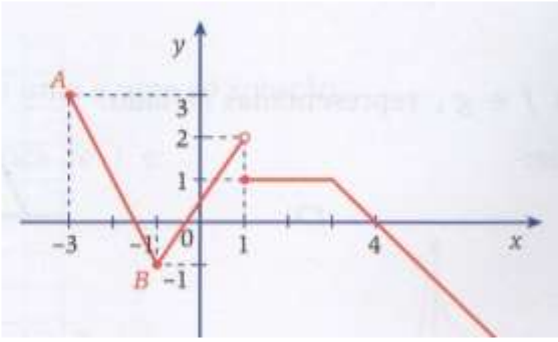
4.2. Indica os zeros de g.

4.3. Indica um intervalo onde a função seja injetiva.

4.4. Indica os valores de a para os quais a equação g(x) = a é impossível.

4.5. Resolve a condição: $g(x) \leq -\dfrac{g(1)}{2}$

Exercício 5
Considera a função h representada graficamente.



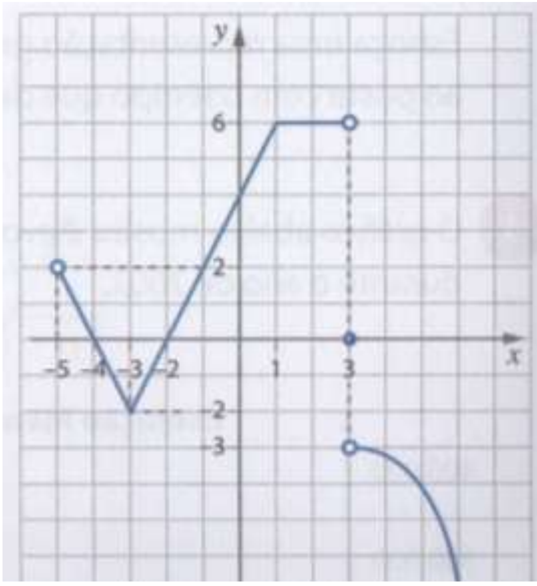
5.1. Indica o domínio e contradomínio.
5.2. Determina os zeros de h, com abcissa positiva.
5.3. Estuda a variação da função h e indica os extremos.

5.4. Indica um intervalo onde a função é positiva e decrescente.

5.5. Indica o número de soluções das seguintes equações:

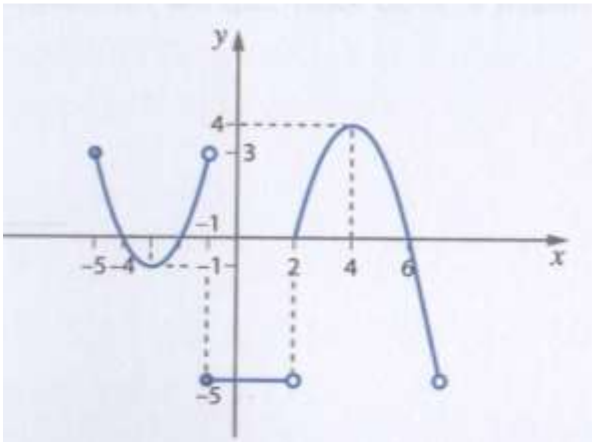
5.5.1. h(x) = 2,5 5.5.2. h(x) = -1 5.5.3. h(x) = $-\frac{1}{2}$ 5.5.4. h(x) = $\frac{1}{2}$

Exercício 6
Observa o gráfico da função f.



Indica:
6.1. O domínio e o contradomínio de f.
6.2. Os zeros, caso existam.
6.3. Os intervalos de monotonia.
6.4. O sinal da função.
6.5. Os máximos e os mínimos relativos e os respetivos maximizantes e minimizantes.
6.6. um intervalo onde a função seja injetiva.
6.7. O valor de f(3) – 2f(1)
6.8. As soluções da equação: f(x) = 6
6.9. O conjunto-solução da condição: f(x) < 2

Exercício 7
Considera a função g, real de variável real, representada graficamente na figura ao lado.



Indica:
7.1. O domínio e o contradomínio de g.
7.2. Os zeros, caso existam.
7.3. Os intervalos de monotonia.
7.4. O sinal da função.
7.5. Os máximos e os mínimos relativos e os respetivos maximizantes e minimizantes.
7.6. um intervalo onde a função seja injetiva.
7.7. um intervalo onde a função seja crescente e negativa.
7.8. O conjunto solução da condição g(x) = -5