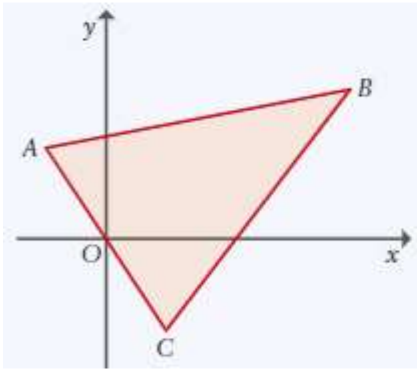
FICHA DE TRABALHO N.º 5 (Resolução de problemas - Geometria Analítica)	TURMAS:10.ºA/10.ºB	2019/2020

1. Na figura seguinte está representado um triângulo [ABC], num plano o.n. Oxy, cuja unidade é a unidade de comprimento dos eixos coordenados.



Sabe-se que:

. o ponto O é o ponto médio de [AC]
. o vetor $\overrightarrow{AB}$ tem coordenadas (10, 2)
. o vetor $\overrightarrow{BC}$ tem coordenadas (-6, -8)

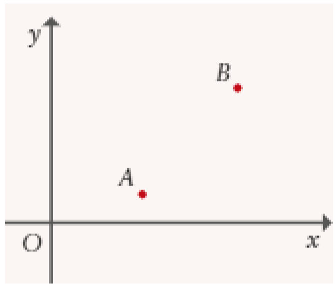
1.1. Determina as coordenadas dos pontos A e C

1.2. Mostra que o ponto B tem coordenadas (8, 5)

1.3. Seja D o ponto de interseção da reta AB com o eixo Oy. Determina a área do triângulo [AOD].

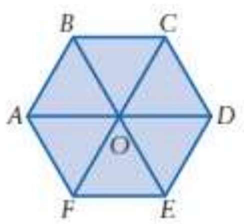
1.4. Averigua qual é a posição da origem do referencial em relação à circunferência de diâmetro [AB].

2. Considera os pontos A e B representados no plano da figura ao lado.
Seja s a mediatriz do segmento de reta [AB] e sejam m e b, respetivamente, o declive e a ordenada na origem da reta s.
Qual é a opção verdadeira? Justifica.



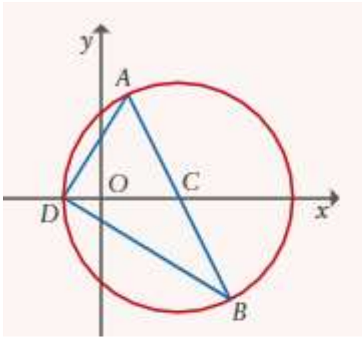
[A] $m>0 \wedge b>0$
[B] $m>0 \wedge b<0$
[C] $m<0 \wedge b>0$
[D] $m<0 \wedge b>0$

3. A figura seguinte representa um hexágono regular [ABCDEF].
O ponto O é o centro do hexágono.



Mostra que: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AF}=6\overrightarrow{AO}$

4. Na figura ao lado representa-se um plano em que está instalado um referencial o.n. e a circunferência, de centro em C, definida por: $(x-3)^2+y^2=20$.



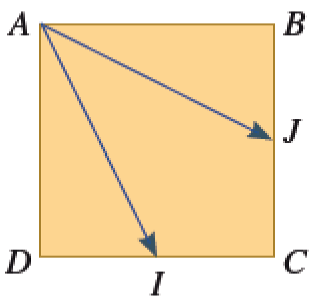
Sabe-se que:
. [AB] é um diâmetro da circunferência;
. O ponto D pertence à circunferência e ao eixo das abcissas;
. a área do triângulo [ABD] é igual a $8\sqrt{5}$ $u.a.$

4.1. Qual é a abcissa do ponto D?

4.2. Mostra que a reta definida por $(x,y)=\left(-\frac{1}{5},2\right)+k(8,-5), k\in IR$ divide a circunferência em dois arcos de igual comprimento.

4.3. Determina as coordenadas dos pontos A e B.
Sugestão: começa por relacionar as áreas dos triângulos [ACD] e [BCD]

5. Na figura, está representado o quadrado [ABCD].



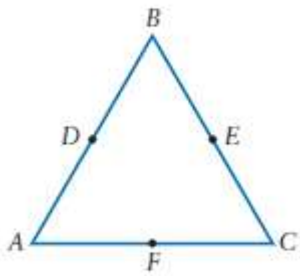
Sabe-se que:
. o ponto I é o ponto médio do lado [DC]
. o ponto J é o ponto médio do lado [BC]

Mostra que $\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{AJ}$ é colinear com $\overrightarrow{AC}$

6. Seja s a reta de equação $y=ax+12, a\in IR^-$
Determina o valor de a, de forma que a área do triângulo, formado pela origem do referencial e pelos dois pontos de interseção da reta s com os eixos coordenados, seja 24.

7. Na figura ao lado está representado um triângulo equilátero [ABC].

Os pontos D, E e F são os pontos médios dos lados do triângulo.
A área do triângulo [ABC] é igual a 16.
Sabe-se que:



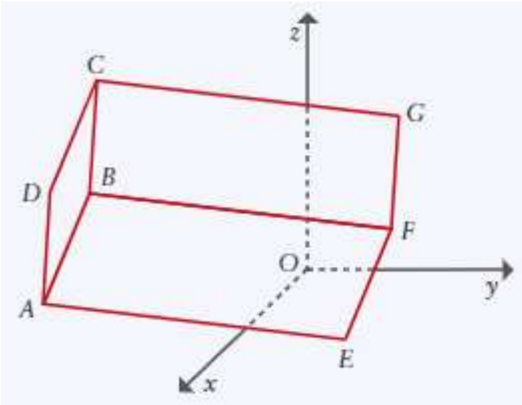
. $X=B-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

. $Y=C-\overrightarrow{DF}+\frac{1}{2}\overrightarrow{FA}$

. $Z=A-2(\overrightarrow{CF}+\frac{3}{4}\overrightarrow{DF})$

Determina a área do triângulo [XYZ].

8. Na figura está representado, em referencial o.n. do espaço, um prisma quadrangular regular [ABCDEFGH] (O ponto H não está representado na figura).



Sabe-se que:

. O ponto A tem coordenadas (14, -7, 4)
. O ponto B tem coordenadas (16, -4, 10)
. O ponto C tem coordenadas (10, -6, 13)
. O ponto E tem coordenadas (8, 5, 0)

8.1. Determina as coordenadas dos restantes vértices do prisma

8.2. Determina o volume do prisma

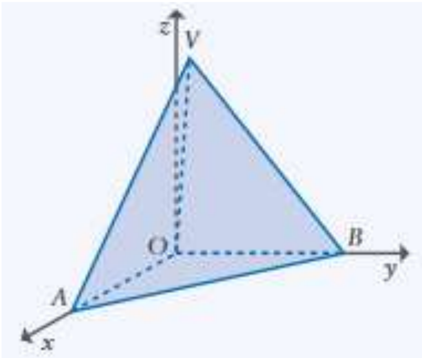
8.3. Determina por uma condição a aresta [AB]

8.4. Determina o ponto de interseção da reta AE com o plano yOz

8.5. Define por uma condição cartesiana a reta que passa no ponto B e é paralela ao eixo Oy

8.6. Determina uma equação do plano DBF e apresenta-a na forma $ax+by+cz+d=0$.

9. Considera um referencial o.n. Oxyz e a pirâmide triangular de vértices O, A, B e V. Os vértices A e B pertencem aos semieixos positivos Ox e Oy, respetivamente, e o vértice V tem cota 6.
A reta AV é definida por:



$(x,y,z)=(-2,2,12)+k(3,-1,-6), k \in IR$

9.1. Determina as coordenadas dos pontos A e V

9.2. Determina as coordenadas de B sabendo que, tomando o centímetro para unidade de comprimento, a pirâmide tem de volume 20 cm^3.

9.3. Admite agora que A(4, 0, 0), B(0, 5, 0) e V(1, 1, 6)

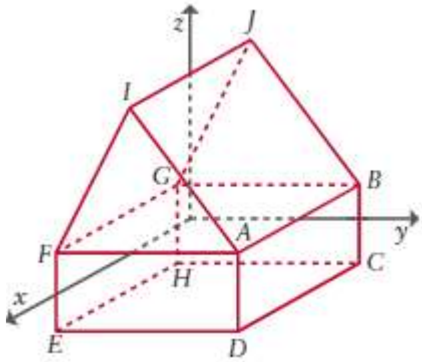
9.3.1. Determina as coordenadas do ponto em que a reta BV interseta o plano xOz

9.3.2. Escreve a equação do plano mediador de [AB]

9.3.3. Escreve a equação reduzida da superfície esférica com centro em V e que passa em A. Qual é a posição de B em relação a essa superfície esférica?

10. Considera a esfera E, definida pela condição $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2 \leq 36$ e a reta r definida por $(x,y,z)=(1,2,3)+k(-2,0,1), k \in IR$
A interseção da reta r com a esfera E é um segmento de reta.
Determina o comprimento desse segmento de reta.

11. A figura representa um paralelepípedo retângulo [ABCDEFGH] e um prisma triangular reto [AFIJBG]. Sabe-se que:



. a face [AFGB], que é comum aos dois sólidos, está contida no plano xOy;
. o plano yOz é o plano mediador de [AB];
. $\overline{AF}=\overline{AI}$;
. Os vértices I e J têm ordenadas nulas;
. as coordenadas de D são (3, 3, -2)
. as coordenadas de F são (a, b, 0) e que a + b = 1

11.1. Determina as coordenadas dos pontos F, E, C e I

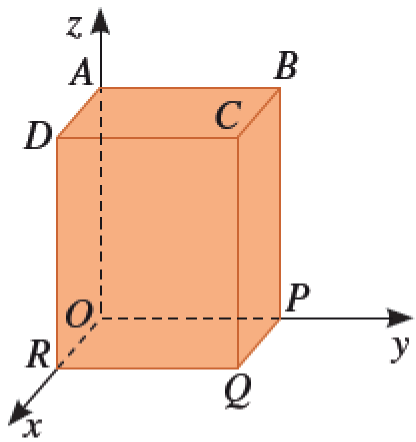
11.2. Identifica e determina a área de interseção do sólido com o plano de equação z = 1

11.3. Escreve uma equação vetorial da reta AJ e determina as coordenadas do ponto em que ela interseta o plano yOz

11.4. Escreve uma condição que defina a reta que contém a altura do triângulo [FIA] relativa à base [FA].

11.5. Determina o volume do prisma [AFIJBG]

12. Na figura está representado, em referencial o.n. Oxyz, um prisma quadrangular regular.



. A base [OPQR] está contida no plano xOy
. O ponto Q tem de coordenadas (2, 2, 0)
. O vetor $\overrightarrow{AQ}$ tem de coordenadas (2, 2, -4)

12.1. Indica para que valores reais de a o plano de equação z = a tem interseção não vazia com o prisma.

12.2. Determina a inequação reduzida da esfera de diâmetro [BR]

12.3. Considerando a esfera que definiste em 12.2., determina para que valores reais de b a interseção da esfera com o plano y = b é um círculo de área 5π .

12.4. Determina as equações paramétricas da reta QH, em que H é o centro da face [ABCD], e determina as coordenadas do ponto de interseção de QH com o eixo OZ.