

FICHA DE PREPARAÇÃO PARA O TESTE N.º 2	TURMA: 12.ºA	2019/2020
---	--------------	-----------

1. De uma função f , de domínio \mathbb{R} , sabe-se que a sua segunda derivada é dada por:

$$f''(x) = (x^2 - 3)(x^2 + 1)(x - 2)^2$$

Quantos pontos de inflexão tem o gráfico de f ?

- [A] 1 [B] 2 [C] 3 [D] 4

2. Quantos números naturais de três algarismos diferentes se podem escrever, não utilizando o algarismo 2 nem o algarismo 5 ?

- [A] 256 [B] 278 [C] 286 [D] 294

3. De uma função f , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, sabe-se que a sua primeira derivada é dada por:

$$f'(x) = \frac{x^2}{x-1}$$

Estuda a função f quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

4. Considera um baralho com 52 cartas, repartidas por quatro naipes (copas, ouros, espadas e paus).

Em cada naipe, há um ás, três figuras (uma dama, um valete, um rei) e mais nove cartas (do dois ao dez).

Admite que, num jogo, cada jogador recebe simultaneamente três cartas.

Qual a probabilidade de um determinado jogador receber exatamente dois ases?

Apresenta o resultado na forma de dízima, arredondado às milésimas.

5. Utiliza o teorema das sucessões enquadadas para calcular o limite da seguinte

sucessão: $u_n = \sum_{k=1}^n \frac{3n}{4n^2 + k}$

6. Um ponto P desloca-se sobre uma reta numérica cuja unidade é o centímetro. A abcissa (nessa reta) da respetiva posição no instante t , em segundos, é dada por:

$$p(t) = 2t^3 - 4t^2 + 5$$

6.1. Calcula a velocidade no instante $t = 3$

6.2. Determina a aceleração média entre os instantes $t = 2$ e $t = 3$

6.3. Calcula a aceleração no instante $t = \frac{1}{2}$

6.4. Supondo que o ponto esteve em movimento durante 1 minuto, determina o instante em que atinge a velocidade mínima e qual o valor dessa velocidade.

7. Na figura ao lado, está parte do gráfico de uma função h , de domínio \mathbb{R} .

Sejam h' e h'' a primeira e a segunda derivada de h , respetivamente.

Admite que estas duas funções também têm domínio \mathbb{R} .

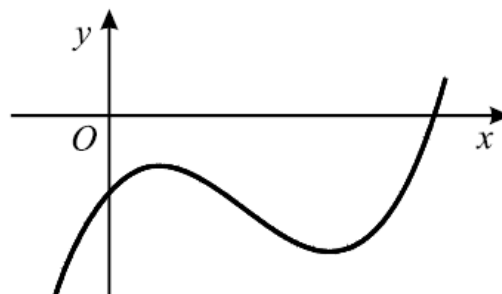
Qual das expressões seguintes designa um número positivo?

[A] $h(0) + h''(0)$

[B] $h(0) - h'(0)$

[C] $h'(0) - h''(0)$

[D] $h'(0) \times h''(0)$



8. De uma função, de domínio $[a, b]$, sabe-se que:

. g é contínua em todo o seu domínio;

. $g(x) > 0, \forall x \in [a, b]$

. $g(a) = \frac{g(b)}{4}$

Seja h a função de domínio $[a, b]$ definida por: $h(x) = 2g(x) - g(b)$

Mostra que a função h tem pelo menos um zero.

9. Considera a família de funções definida por:

$$h(x) = x^3 - kx^2 - 6x + 14 \quad (k \in \mathbb{R})$$

9.1. Sabendo que uma função desta família tem um extremo relativo em $x = -2$, mostra que o valor de k é $-\frac{3}{2}$.

9.2. Utilizando a segunda derivada da função, averigua se o extremo relativo referido no item anterior é um máximo ou um mínimo.

10. Na figura ao lado encontra-se parte do gráfico de uma função g , de domínio \mathbb{R} .

Sejam g' e g'' , respetivamente, a primeira e a segunda derivada de g .

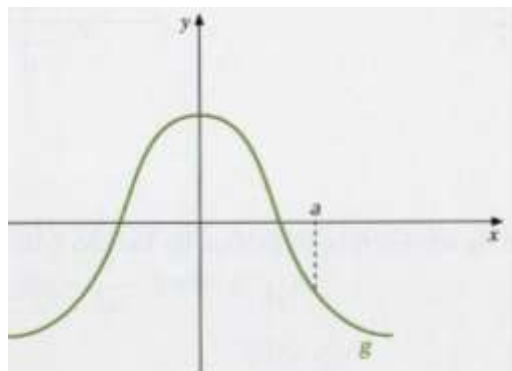
Qual das expressões seguintes representa um número negativo?

[A] $g(a) \times g'(a)$

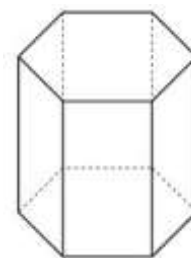
[B] $g(a) \times g'(a) \times g''(a)$

[C] $g'(a) \times g''(a)$

[D] $g''(a) - g(a)$



11. O Alfa tem dez cores distintas para colorir um prisma hexagonal regular com as faces numeradas de 1 a 8. De quantas maneiras o pode fazer, de modo que as bases hexagonais fiquem coloridas com a mesma cor e as faces laterais com cores distintas e diferentes da cor das bases?



[A] 7200

[B] 40320

[C] 201600

[D] 604800

12. Num congresso internacional de escritores, realizado em Coimbra, cada país presente esteve representado por quatro escritores.

Três dos países representados foram Portugal, Croácia e Brasil. De entre os elementos destes três países vão ser escolhidos, simultaneamente e ao acaso, quatro pessoas para apresentarem os seus livros.

Qual é a probabilidade de pelo menos três serem escritores da Croácia?

Apresenta o resultado na forma de dízima com uma aproximação às centésimas.

13. Utiliza o teorema das sucessões enquadradas para calcular o limite da seguinte

sucessão: $w_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{\sqrt[3]{n^3 + k}}$

14. Utilizando os teoremas de comparação e de enquadramento de funções, calcula os seguintes limites:

14.1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2}{\sin x - 2x}$

14.2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \cos x - 1}{2x - \cos x + 2}$

15. Sejam f e g duas funções de domínio \mathbb{R} contínuas em $[a, b]$ ($b > a$)

Sabe-se que:

- . $f(a) = b$
- . $f(b) = a$
- . $g(a) = a - b$
- . $g(b) = b - a$

Mostra que a função composta $g \circ f$ tem pelo menos um zero no intervalo $]a, b[$

16. Quantos números de quatro algarismos são pares e têm três algarismos ímpares?

- [A] 120 [B] 300 [C] 500 [D] 625

17. Seja $(E, \mathcal{P}(E), P)$ um espaço de probabilidades e $A, B \in \mathcal{P}(E)$ com probabilidades não nulas.

Sabe-se que: $P(A) = 0,4$; $P(A \cap B) = 0,2$; $P(B | \bar{A}) = 0,8$

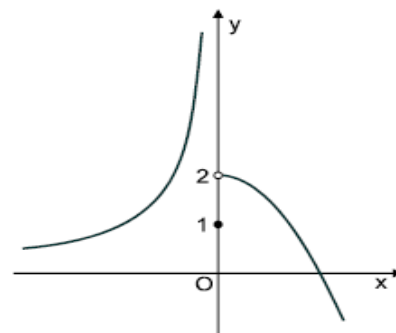
Qual é o valor de $P(B)$?

- [A] 0,28 [B] 0,5 [C] 0,68 [D] 0,80

18. Na figura está parte da representação gráfica da função f .

Dada a sucessão $u_n = -\frac{100}{n^2}$. O valor do $\lim f(u_n)$ é:

- [A] 2 [B] 1
[C] $+\infty$ [D] 0



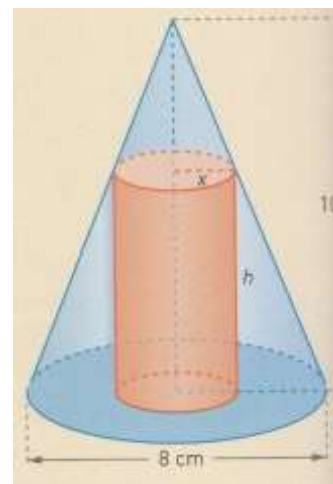
19. Pretende-se construir um cilindro a partir de um cone de madeira com 10 cm de altura e 8 cm de diâmetro de base. Designa por x o raio do cilindro e por h a sua altura.

19.1. Mostra que:

19.1.1. $h = \frac{20 - 5x}{2}$

19.1.2. $V = -\frac{5}{2}\pi x^3 + 10\pi x^2$, em que V é o volume do cilindro

19.2. Determina as dimensões do cilindro para os quais o volume é máximo



FIM