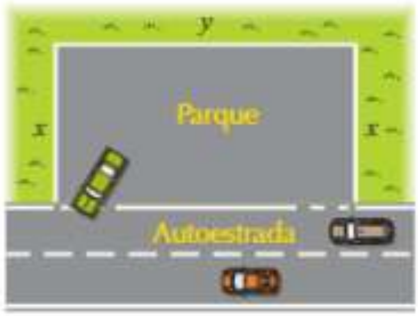
FICHA DE TRABALHO N.º 6 *Problemas de otimização*	TURMA:12.ºA	2019/2020

1. Uma floresta foi atingida por uma praga de insetos. Admite que a área, em milhares de hectares, da região afetada por essa praga é dada por $A(t)=\frac{2t}{t^2+3}$
Nota: Considera que t é medido em anos e que o instante t = 0 corresponde ao início da praga.

1.1. Determina a área máxima afetada pela praga. Apresenta o resultado em milhares de hectares, arredondados às unidades.

1.2. Determina o valor de t para o qual a área da região afetada por essa praga está a decrescer mais rapidamente

2. Uma empresa está a planear construir um parque retangular com uma área de 5000 m^2.
O parque será vedado por uma cerca nos três lados não adjacentes à autoestrada, como indica a figura.



2.1. Qual é a menor quantidade de cerca que se pode gastar para vedar este parque?

2.2. Que dimensões terá o parque, nesse caso?

3. Pretende-se construir um recipiente cilíndrico com a capacidade de 12 litros, gastando a menor quantidade possível de um dado material.
Considerando desprezável a espessura do material, determina qual deverá ser a medida do raio da base do recipiente (apresenta um valor exato).
Notas:
1litro = 1 dm^3
Considera o raio da base = r e a altura = h (medidas em dm)

4. Pretende-se construir dois canteiros relvados nas seguintes condições:

. um canteiro é circular;
. um canteiro é quadrado;
. a soma dos perímetros dos canteiros é 60 m

Designa por r a medida do raio, em metros, do canteiro circular e por S a função que a cada valor de r faz corresponder a soma das áreas dos dois canteiros.

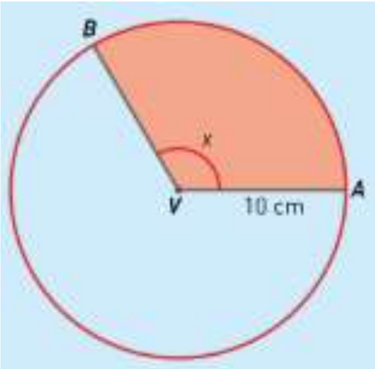
4.1. Mostra que:

4.1.1. A medida do lado do canteiro com a forma de quadrado é dada, em função de r, por $15-0,5\pi r$

4.1.2. $S(r)=\pi r^2+(15-0,5\pi r^2)$

4.2. Determina as dimensões dos canteiros para que a soma das áreas seja mínima. Neste caso, indica a relação entre a medida do raio do canteiro circular e a medida do lado do canteiro com a forma de quadrado.

5. Um artesão constrói miniaturas de chapéus com a forma de cone. Os chapéus são construídos em cartolina, partindo de setores circulares com 10 cm de raio e amplitude x, conforme é sugerido na figura.
Nota: Na resolução das questões que se seguem, despreza-se a cartolina necessária às colagens.



5.1. Designa por r e por h, respetivamente, o raio da base do cone e a altura do cone.
Mostra que:

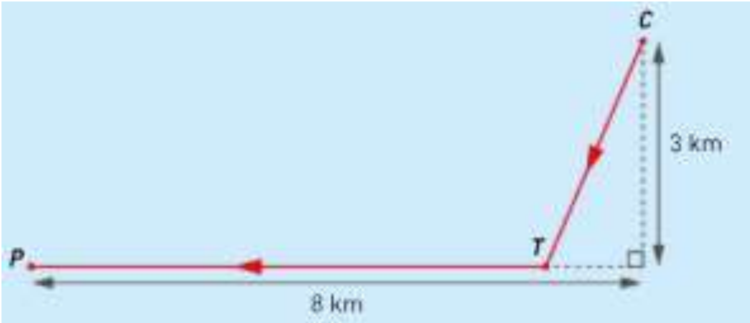
5.1.1. $r=\dfrac{5x}{\pi}$

5.1.2. $h=\dfrac{5}{\pi}\times\sqrt{4\pi^2-x^2}$

5.2. Determina o volume do cone quando $x=\dfrac{3\pi}{4}$. Apresenta o valor exato e o valor arredondado às décimas.

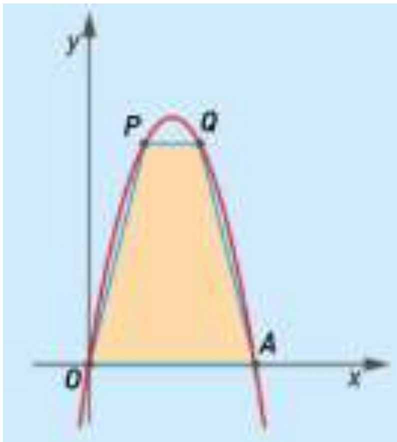
5.3. Determina x para que o volume do cone seja máximo. Apresenta o resultado em graus arredondado às unidades.

6. A partir de uma central C, de energia elétrica, vai ser aberta uma conduta que liga a central a um ponto P de distribuição de energia.



De C a T (em meio aquático) o preço da instalação da conduta é de 70 000 € por quilómetro. De T a P (em meio arenoso) o custo por quilómetro é de 40 000 €.
Determina o custo mínimo da instalação da conduta e a localização do ponto T em relação ao ponto P, nestas condições.
Apresenta a distância entre os pontos P e T em metros arredondada às unidades.

7. Na figura está representada graficamente uma função f, de domínio IR, tal que: $f(x) = -x^2 + 6x$



Sabe-se que o gráfico de f interseta o eixo das abcissas nos pontos O e A.

7.1. Determina a abcissa do ponto A.

7.2. Considera um ponto P pertencente ao gráfico de f, com abcissa positiva e menor que a de A e um ponto Q com a mesma ordenada de P.

7.2.1. Mostra que a área do trapézio de vértices O, A, Q e P é dada por $A(x) = x^3 - 12x^2 + 36x$, sendo x a abcissa de P.

7.2.2. Determina as coordenadas de P de modo que a área do trapézio seja máxima.

Soluções:

1.1. $\approx$ 577 hectares 1.2. t = 3 2.1. 200 m 2.2. c = 100 m e l = 50 m

3. $r = \sqrt[3]{\frac{6}{\pi}} dm$ 4.2. $r = \frac{15}{2+0,5\pi}$ $e\ l = \frac{60}{4+\pi}$ 5.2. $\frac{375\sqrt{55}\pi}{64}$; 136,5 5.3. 294º

6. 492 340 €; $\overline{PT} \approx 5911m$ 7.1. 6 7.2. P(2, 8)