FICHA DE TRABALHO N.º 4 (Geometria analítica no espaço)	TURMAS:10.ºA/10.ºB	2019/2020

1. No referencial o.n. *Oxyz*, o ponto simétrico do ponto A (2, 0, 3) relativamente ao plano x0z tem coordenadas:

(A) (-2, 0, 3) (B) (2, 0, -3) (C) (-2, 0, -3) (D) (2, 0, 3)

2. N0 referencial o.n. *Oxyz*, o ponto P (a^2 – 3, 2b, a) pertence ao eixo *Oz*. Sabe-se que a cota de P é positiva. Os valores de a e b são:

(A) $a = -\sqrt{3}\ e\ b = 2$ (B) $a = \sqrt{3}\ e\ b = 2$

(C) $a = \sqrt{3}\ e\ b = 0$ (D) $a = -\sqrt{3}\ e\ b = 0$

3. No referencial o.n. Oxyz, a reta que passa pelos pontos A(2, 0, 1) e B(2, 3, 1) é definida pela condição:

(A) z = 1 (B) x = 2 (C) $x = 2 \vee z = 1$ (D) $x = 2 \wedge z = 1$

4. No referencial o.n. Oxyz, a condição que define a reta que passa no ponto de coordenadas (1, 2, 3) e é paralela ao eixo Oy pode ser definida pela condição:

(A) $x = 1 \wedge y = 2$ (B) $y = 2 \wedge z = 3$

(C) $x = 1 \wedge z = 3$ (D) y = 2

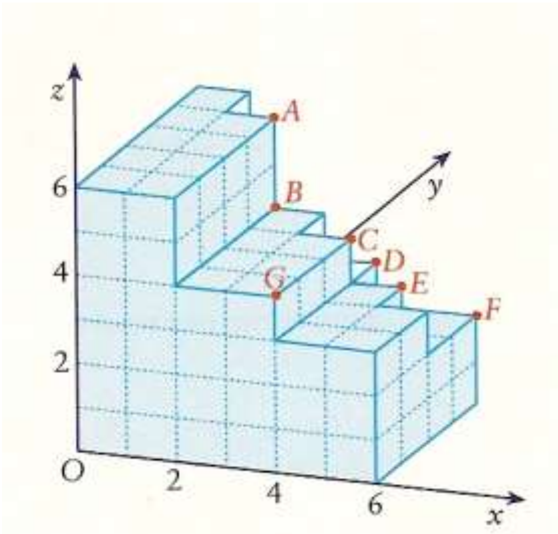
5. Observa a figura seguinte.

5.1. Escreve as coordenadas dos pontos A, B, C, D, E e F.

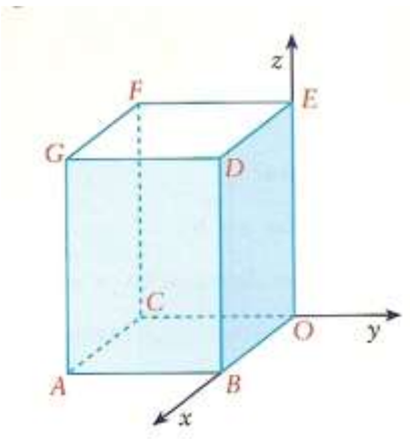
5.2. Indica as coordenadas do ponto simétrico de A em relação ao plano yOz.

5.3. Indica as coordenadas do ponto simétrico de F relativamente ao plano xOy.

5.4. Indica as coordenadas do ponto simétrico de G, em relação ao eixo Ox e à origem.



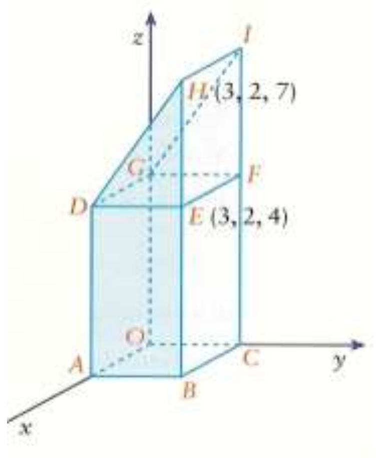
6. No referencial o.m. Oxyz está representado um prisma reto quadrangular regular.
A unidade de medida é o centímetro.
A área da base é 6,25 cm^2 e a área lateral é 50 cm^2.
Os planos que contém as bases e as faces laterais são paralelos aos planos coordenados.
Um dos vértices do prisma coincide com a origem das coordenadas.



6.1. Escreve as coordenadas de cada um dos vértices do prisma.

6.2. Escreve uma condição:
6.2.1. Do plano GDB
6.2.2. Do plano GFC
6.2.3. Da reta DE
6.2.4. Da reta AC
6.2.5. Da aresta [GA]
6.2.6. Da face [GFCA]
6.2.7. Do prisma [ABGDFECD].

7. Na figura está representado, em referencial Oxyz, um sólido formado por um paralelepípedo retângulo e um prisma triangular reto.
Uma das faces do prisma coincide com uma das faces do paralelepípedo.
O vértice O é a origem do referencial.
Os vértices A, C e G pertencem aos semieixos positivos Ox, Oy e Oz, respetivamente.
Indicam-se as coordenadas dos vértices E e H.
A unidade do referencial é o centímetro.



7.1. Determina as coordenadas dos restantes vértices do sólido.

7.2. Indica as coordenadas do simétrico de E, relativamente:

7.2.1. Ao plano x0y
7.2.2. Ao eixo 0x.

7.3. Define, através de uma condição:
7.3.1. Cada um dos planos DEF, BCI e DEH.
7.3.2. A reta EF.
7.3.3. O segmento de reta [EF].
7.3.4. O prisma [OABCDEFG].

7.4. Determina a área da secção produzida no sólido pelo plano de equação z = 5.

7.5. Determina o volume do sólido.

7.6. Para determinado valor de k, o plano de equação z = k divide o sólido em duas partes com volumes iguais. Determina k.

8. Considera um referencial o.m. *Oxyz*. Escreve uma condição que defina:

8.1. O plano perpendicular ao eixo 0*x* e que contém o ponto (7, 0, 0)
8.2. O plano perpendicular ao eixo *0z* e que contém o ponto (0, 0, -5)
8.3. O plano perpendicular ao eixo *0y* e que contém o ponto (4, -2, -3)
8.4. O plano paralelo ao plano *x0y* e que contém o ponto (-5, -1, 3)
8.5. A região do espaço limitada pelos planos y = 0 e y = 1 (planos incluídos)
8.6. O conjunto de pontos que pertencem ao plano *x0y* ou que estão "abaixo" deste plano.
8.7. A reta que é paralela ao eixo 0z é que contém o ponto (1, -4, 5)

9. Num referencial ortonormado do espaço, considera o ponto P(-1, 2, 3).
Escreve a condição que define:

9.1. o plano paralelo ao plano x0y e que passa pelo ponto P.

9.2. o plano perpendicular ao eixo das ordenadas e que passa pelo ponto P.

9.3. a reta paralela ao eixo das ordenadas e que passa pelo ponto P.

9.4. a reta perpendicular ao plano x0y que contém o ponto P.

10. Considera num referencial ortonormado do espaço os pontos de coordenadas A(-2, 3, 1) e B(2, -5, 0). Escreva a inequação da esfera de diâmetro [AB].

11. Considera, num referencial ortonormado Oxyz, os pontos A(1, 2, 3) , B(-2, 2, 2) e C(2, 2, 0). Justifica que o triângulo [ABC] é retângulo em A.

12. Num referencial ortonormado do espaço, determina os valores de p para os quais o ponto de coordenadas (p^2 - 1, p^2 - p, p) pertence ao eixo das cotas.

13. Considera a superfície esférica de equação: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 6 = 0$. Determina as coordenadas do ponto centro e o valor do raio.

14. Considera, num referencial ortonormado do espaço, os pontos: A(1, -1, 2) e B(-2, 2, -4)

14.1. Mostra que o plano mediador de [AB] é definido pela condição: $x - y + 2z + 3 = 0$

14.2. Determina $k \in IR$ sabendo que o ponto P(k-1, 2k, k) é equidistante de A e B.

14.3. Determina a interseção do plano mediador de [AB] com:

14.3.1. a reta definida por $x = 1 \wedge z = 0$ 14.3.2. o eixo Ox

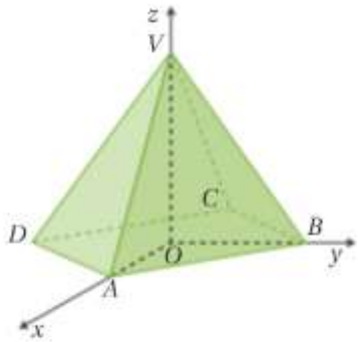
15. Fixado um referencial ortonormado do espaço, considera a esfera E definida pela inequação: $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y + 2z + 4 \leq 0$

15.1. Mostra que a esfera E tem centro no ponto C(2, 3, -1) e raio $\sqrt{10}$.

15.2. Caracteriza a interseção da esfera com o plano de equação y = 2.

15.3. Determina para que valores reais de c a interseção de E com o plano de equação z = c é um círculo de raio 1.

16. Na figura está representada, num referencial ortonormado do espaço, uma pirâmide quadrangular regular [ABCDV].



. O vértice V pertence ao semieixo positivo Oz.

. Os vértices A e C pertencem ao eixo Ox.

. Os vértices B e D pertencem ao eixo Oy.

. ABV é o plano mediador de [OP], sendo P o ponto de coordenadas (2, 2, 2).

16.1. Mostra que $x + y + z = 3$ é uma equação do plano ABV.

16.2. Determina as coordenadas dos pontos A, B e V.

16.3. Determina o volume da pirâmide.

16.4. Determina uma condição que defina a esfera tangente à base [ABCD] da pirâmide e ao plano de equação z = 2, sabendo que tem um diâmetro contido na altura da pirâmide.

16.5. O plano de equação z = k divide a pirâmide em dois sólidos:

. uma pirâmide de vértice V formada pelos pontos de cota igual ou superior a K;
. um tronco de pirâmide formado pelos pontos de cota igual ou inferior a k.

Sabendo que o volume desta nova pirâmide é igual à sétima parte do volume do tronco de pirâmide, determina o valor de k.

17. Fixado um referencial ortonormado do espaço, a equação $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + k = 0$ define uma superfície esférica S de centro C e raio 6. Considera ainda, nesse referencial, os pontos A(-3, 6, -4) e B(3, -2, -2).

17.1. Determina o valor de k.

17.2. Mostra que C tem coordenadas (-1, 2, 0).

17.3. A reta definida por $x = -1 \wedge y = 2$ interseta S em dois pontos, M e N. Determina o comprimento do segmento de reta [MN].

17.4. Mostra que os pontos A e B pertencem à superfície esférica S.

17.5. Seja α o plano mediador de [AB]. Determina uma equação cartesiana de α.

FIM