FICHA DE TRABALHO N.º 4	TURMA:12.ºA	2019/2020

1. Seja $(E, \mathcal{P}(E), P)$ um espaço de probabilidades e $A, B \in \mathcal{P}(E)$
Sabe-se que: $P(B) \neq 0, P(A) = 3P(B)$ e $P(A \cup B) = 4P(B)$
Prova que $P(A \cap B) = 0$

2.
2.1. Sendo P(A) = 0,7 e P(B) = 0,4 as probabilidades de dois acontecimentos A e B de um espaço E, determina quais os valores que P(A∩B) e P(A∪B) podem tomar.
2.2. Determina o maior valor que pode tomar $P(B \cap \bar{A})$, sabendo que P(A)=0,6 e P(B)=0,5.

3.
3.1. Seja E o espaço amostral associado a uma experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos $(A \subset E$ e $B \subset E)$.
Prova que: $P(\bar{A} \cap \bar{B}) + P(A) = P(\bar{B}) + P(A \cap B)$
3.2. Utilizando a igualdade da alínea anterior, resolve o seguinte problema:
Dos funcionários de um banco, sabe-se que:
. 30% são licenciados;
. 48% são mulheres;
. 40% são homens não licenciados.
Vai ser sorteada uma viagem entre todos os funcionários do banco.
Qual é a probabilidade de a viagem sair a uma mulher licenciada?
Apresenta a resposta na forma de percentagem.
Nota: Começa por identificar, no contexto do problema, os acontecimentos A e B.

4. Seja E um conjunto finito, P uma probabilidade em P(E) e A e B $\in P(E)$
Mostra:

4.1. $\frac{P(\overline{A})}{P(B)} - 1 \leq \frac{P(\overline{A} \cup \overline{B})}{P(B)}$

4.2. $P((\overline{A} \cup \overline{B}) \mid B) = P(\overline{A} \mid B)$

4.3. $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 1 - P(A) \times P(B \mid A)$

4.4. $1 + \frac{P(\overline{A} \cap \overline{B}) - P(\overline{A})}{P(B)} = P(A \mid B)$

5. Dos funcionários de uma empresa, sabe-se que:
. 30% são licenciados;
. dos que são licenciados, a terça parte são homens;
. dos que não são licenciados, 30% são do sexo feminino.
Escolhe-se, ao acaso, um funcionário da empresa. Qual é a probabilidade de ser licenciado, sabendo que é uma mulher?
Apresenta a resposta na forma de fração irredutível.

6. O Sr. Aníbal vive na aldeia de S. Cipriano. O sino da igreja dessa aldeia deverá tocar às seis horas da manhã. No entanto, nem sempre toca, ora porque está estragado, ora porque o sacristão Garcia se deixa dormir um pouco mais.
Admite que:
. a probabilidade de o sino tocar às seis horas da manhã é 70%;

. se o sino tocar a horas, o Sr. Aníbal tem 80% de probabilidade de levar as suas ovelhas a pastar pela manhã;
. se o sino não tocar a horas, o Sr. Aníbal tem 30% de probabilidade de levar as suas ovelhas a pastar pela manhã.
Qual é a probabilidade de as ovelhas pastarem pela manhã?

7. Num tribunal, julga-se o réu que é acusado de um crime. Os médicos fizeram uma série de testes à personalidade do indivíduo e concluíram o seguinte:
. a probabilidade de o indivíduo ser louco é 60%;
. a probabilidade de o indivíduo ser um criminoso é 70%;
. a probabilidade de o indivíduo não ser louco nem criminoso é 25%.
Determina a probabilidade de:
7.1. o réu ser criminoso e louco;
7.2. o réu ser apenas louco ou apenas criminoso;
7.3. o réu ser criminoso, sabendo que não é louco.

8. Seja (E, P(E), P) um espaço de probabilidade e $A, B \in P(E)$, com P(A)>0.
8.1. Mostra que $P(B|A) \times P(A) - P(A) + P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\bar{A})$
8.2. Num congresso, participaram 300 enfermeiros de vários países, entre os quais Portugal. Metade dos enfermeiros portugueses era do sexo feminino. Escolhido, ao acaso, um enfermeiro participante no congresso, a probabilidade de ser estrangeiro ou do sexo masculino é 80%.
Quantos enfermeiros portuguesos (de qualquer sexo) participaram no congresso?
Sugestão: Considera os acontecimentos A: «o enfermeiro é português» e B: «o enfermeiro é do sexo feminino» e utiliza a igualdade do item anterior.

9. Considera a experiência aleatória que consiste em extrair ao acaso duas cartas, sucessivamente e sem reposição, de um baralho com 52 cartas.
Considera os acontecimentos A, B e C, definidos como se segue:
A: «sair copas na primeira extração»;
B: «sair paus na segunda extração»;
C: «sair uma figura na segunda extração».
Numa pequena composição e sem utilizares a fórmula da probabilidade condicionada, indica o valor de $P((C \cap B)|A)$ recorrendo unicamente ao significado de $P((C \cap B)|A)$ no contexto do problema.

10. Num saco há apenas bolas brancas e bolas azuis. As bolas brancas são dez. Ao acaso, extraem-se, sucessivamente e sem reposição, duas bolas da caixa. Considera os acontecimentos A: «A primeira bola extraída é azul» e B: «A segunda bola extraída é branca». Sabe-se que $P(B|A) = \frac{5}{7}$.
Quantas bolas azuis havia inicialmente no saco?

Soluções:

2.1	2.2	3.2	5	6	7.1	7.2	7.3	8.2	9	10
$P(A \cup B) \in [0{,}7; 1]$ $P(A \cap B) \in [0{,}1; 0{,}4]$	0,4	18%	$\frac{20}{41}$	0,65	55%	20%	37,5%	120	$\frac{3}{51}$	5