

FICHA DE TRABALHO N.º 1 (CÁLCULO COMBINATÓRIO)	TURMA: 12.ºA	2019/2020
---	--------------	-----------

1. Considera os subconjuntos A e B de um conjunto U.

Mostra que  $U \setminus (A \cap B) = (U \setminus A) \cup (U \setminus B)$

2. Sejam A e B conjuntos num universo U. Sabe-se que  $B \subset \bar{A}$ . Podemos, então, garantir que o conjunto  $A \cup \bar{B}$  é igual a:

(A) A                      (B) B                      (C)  $\bar{A}$                       (D)  $\bar{B}$

3. Simplifica:  $\frac{P_{100}}{P_{99}} - \frac{99!}{98!} - 0!$

4. Resolve a seguinte equação:  $(n+2)! - 5(n+1)! - 21n! = 0$

5. De quantas maneiras diferentes se podem sentar sete pessoas em três cadeiras de modo que cada pessoa ocupe uma só cadeira, ficando, assim, quatro pessoas de pé?

(A) 35                      (B) 210                      (C) 840                      (D) 5040

6. Considera todos os números naturais entre 5000 e 6999, inclusive.

6.1. Quantos são estes números?

6.2. Quantos destes números são múltiplos de 5?

6.3. Quantos destes números têm os algarismos todos diferentes?

7. De um baralho de cartas completo, selecionaram-se as 13 cartas do naipe de paus. Destas, escolhem-se cinco e dispõem-se em fila sobre uma mesa, formando uma sequência de cinco cartas do naipe de paus.

7.1. Quantas sequências diferentes se podem obter?

7.2. Quantas sequências começam com o ás de paus?

\*7.3. Em quantas sequências se podem ver as três figuras de paus (rei, dama e valete)?

8. De quantas maneiras diferentes se podem arrumar quatro livros de Matemática, dois livros de Química e dois livros de Biologia:

8.1. numa prateleira de oito lugares?

8.2. em duas prateleiras de quatro lugares, se os livros de Matemática tiverem de ficar juntos?

8.3. numa prateleira de oito lugares, sem «misturar» livros de disciplinas diferentes?

9. A Marta levou para ler nas férias *Os Maias* em dois volumes e mais três livros diferentes. De quantas maneiras pode organizar a sua leitura não separando os dois volumes de *Os Maias*?

10. De um baralho de 52 cartas, um jogador recebe 13. A um conjunto de 13 cartas chama-se mão.

10.1. Quantas mãos pode um jogador receber?

10.1. Quantas mãos têm exatamente cinco cartas de copas?

10.3. Quantas mãos têm, no máximo, duas cartas de paus?

10.4. Quantas mãos têm três reis e dois ases?

\*10.5. Quantas mãos têm seis cartas de um naipe e sete cartas de outro?

11. Um polígono tem 104 diagonais (uma diagonal é um segmento que liga dois vértices, mas não é um lado). Quantos lados tem o polígono?

12. Um tabuleiro de xadrez tem 64 casas, dispostas em 8 filas horizontais (de 1 a 8) e 8 filas verticais (de A a H). Pretende-se dispor no tabuleiro treze peças brancas: os oito peões, o rei, a dama, uma torre, um cavalo e um bispo.

De quantas maneiras diferentes é possível dispor as treze peças no tabuleiro, de tal modo que cada peça ocupe uma única casa e cada casa não seja ocupada por mais do que uma peça?

13. Quantos são os anagramas da palavra *infinito* ?

14. Num baralho de cartas completo e utilizando apenas o naipe de copas, quantas sequências diferentes de 13 cartas, iniciadas e terminadas com uma carta que não seja figura, é possível construir?

(A)  $13!$

(B)  $2 \times 11!$

(C)  $10 \times 9 \times 11!$

(D)  $13! \times 2$

15. Considera sete pontos, quatro sobre uma reta  $r$  e três sobre uma reta  $s$ , estritamente paralela à reta  $r$ . Quantas circunferências distintas passam por três desses sete pontos?

Uma resposta correta para este problema é  ${}^7C_3 - ({}^4C_3 + 1)$

Numa pequena composição explica esta resposta.

\*16. Sete amigos vão passear deslocando-se num automóvel e numa moto, ambos alugados. O automóvel dispõe de cinco lugares: o condutor e mais quatro. A moto dispõe de dois lugares: o do condutor e mais um.

Apenas três elementos do grupo, o António, o Borges, e o João, têm carta de condução, podendo qualquer um deles conduzir quer o automóvel quer a moto.

Os sete amigos têm de se separar em dois grupos, de modo que um grupo viaje no automóvel e o outro na moto.

De quantas maneiras diferentes podem ficar constituídos os dois grupos de amigos?

- (A) 10                      (B) 30                      (C) 120                      (D) 360

\*17. De um grupo de 120 alunos de uma escola secundária, sabe-se que:

- . a quarta parte não pratica desporto;
- . metade são rapazes que praticam desporto;
- . a terça parte são raparigas.

Pretende-se formar uma comissão de cinco destes alunos para organizar uma atividade escolar. Quantas comissões diferentes se podem formar com:

17.1. exatamente dois rapazes que pratiquem desporto?

17.2. pelo menos três raparigas que não pratiquem desporto?

18. Considera todos os números naturais de quatro algarismos que se podem formar com os algarismos de 1 a 9. Destes números, quantos são múltiplos de 5? (in EXAME 2017)

- (A) 729                      (B) 1458                      (C) 3645                      (D) 6561

19. Considera todos os números naturais de cinco algarismos diferentes que se podem formar com os algarismos 1, 2, 3, 4 e 5.

Destes números, quantos têm os algarismos pares um a seguir ao outro? (in EXAME 2017)

- (A) 72                      (B) 96                      (C) 24                      (D) 48

Soluções:

1	2	3.1	4	5	6.1	6.2	6.3	7.1	7.2
	D	0	6	B	2000	400	1008	154440	11880

7.3	8.1	8.2	8.3	9	10.1	10.2	10.3	10.4	10.5
5400	40320	1152	576	24	$\approx 6,35 \times 10^{11}$	$\approx 7,92 \times 10^{10}$	$\approx 1,90 \times 10^{11}$	4253583048	35335872

11	12	13	14	15	16	17.1	17.2	18	19
16 lados	$\approx 2,03 \times 10^{18}$	3360	C		B	60569400	742752	A	D