

FICHA DE TRABALHO N.º 5	TURMA: 10.º A e 10.º B	2015/2016 (FEVEREIRO 2016)
-------------------------	------------------------	-------------------------------

CÁLCULO VETORIAL E EQUAÇÕES DA RETA NO PLANO E NO ESPAÇO

Exercícios de Nível 1

1. Simplifica:

1.1. $-2(\vec{a} - \vec{b}) + 2\vec{b} - (-\vec{a} + \vec{b})$

1.2. $\frac{2}{5}(10\vec{a} - 2\vec{b}) - \frac{3}{2}\left(-4\vec{a} + \frac{2}{15}\vec{b}\right)$

2. Considera, num plano munido de um referencial cartesiano, os vetores $\vec{u}(-2,5)$ e $\vec{v}(3,-4)$. Determina as coordenadas do vetor:

2.1. $\vec{w} = -\frac{1}{2}\vec{u} - \vec{v}$

2.2. $\vec{x} = \frac{1}{2}\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v}$

3. Considera, num plano munido de um referencial cartesiano, a reta r definida por:

$$(x, y) = (1, 2) + k(-5, 3), k \in \mathbb{R}$$

3.1. Indica as coordenadas de três pontos da reta

3.2. Determina a abcissa do ponto da reta r que tem ordenada -7

3.3. Determina a ordenada do ponto da reta que tem abcissa 6

3.4. Verifica se o ponto de coordenadas $\left(2, \frac{7}{5}\right)$ pertence à reta r .

3.5. Escreve a equação reduzida da reta r

3.6. Escreve um sistema de equações paramétricas que defina a reta r

3.7. Determina a equação reduzida da reta s , paralela à reta r , que passa pelo ponto P de coordenadas $(-4, 1)$.

4. Fixado um referencial ortonormado do espaço, considera os pontos $A(2, -3, 1)$, $B(1, -1, 2)$ e $C(3, -1, 0)$.

4.1. Escreve uma equação vetorial da reta AB

4.2. Determina um sistema de equações paramétricas da reta BC

4.3. Verifica se o ponto A pertence à reta BC

Exercícios de Nível 2

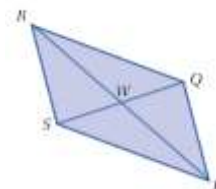
1. Num plano munido de um referencial cartesiano, determina caso existam, os números reais k tal que os vetores $\vec{u}(\sqrt{5}, k - 2)$ e $\vec{v}(2k - 1, \sqrt{5})$ sejam colineares.
2. Considera, num plano munido de um referencial ortonormado, o vetor $\vec{u}(-1, 2, 3)$. Determina as coordenadas de um vetor colinear ao vetor \vec{u} , de sentido contrário e de norma 6.
3. Considera, num plano munido de um referencial cartesiano, a reta s definida por $-x + 2y + 4 = 0$.
 - 3.1. Determina as coordenadas dos pontos em que a reta s interseca os eixos coordenados.
 - 3.2. Indica as coordenadas de dois vetores diretores da reta s .
 - 3.3. Verifica se o ponto de coordenadas $(1, \frac{3}{2})$ pertence à reta s .
 - 3.4. Escreve uma equação vetorial da reta s .
 - 3.5. Escreve um sistema de equações paramétricas da reta s .

Exercícios de Nível 3

1. Determina para que valores reais de k o ponto $P(k, k^2)$ pertence à reta de equação $y - 8 = 2x$.
2. Considera, num plano munido de um referencial cartesiano, as retas r e s definidas, respetivamente, por $(x, y) = (-2, 1) + k(4, t), t \in \mathbb{R}$ e $2x + 4y = 0$.
 - 2.1. Determina o valor real t de modo que as retas r e s sejam paralelas
 - 2.2. Escreve um sistema de equações paramétricas da reta p , paralela à reta s e que passa pelo ponto P de coordenadas $(-4, \frac{1}{2})$.

3. Na figura está representado um paralelogramo [PQRS], assim como as suas diagonais, que se interseçam no ponto W .

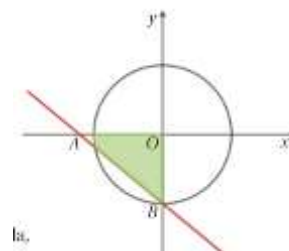
Mostra que $\frac{1}{2}(\vec{RP} + \vec{SQ}) = \vec{RQ}$



4. Considera, num plano munido de um referencial cartesiano, de origem no ponto O , a reta AB e a circunferência de centro no ponto O que passa no ponto B .

Sabe-se que:

- . o ponto B pertence ao eixo Oy e tem ordenada -3 ;
- . o ponto A pertence ao eixo Ox e tem abcissa negativa;
- . a área do triângulo [ABO] é igual a 6 u.a.



- 4.1. Escreve a equação reduzida da reta AB
- 4.2. Defina por meio de uma condição a região sombreada, incluindo a fronteira.

5. Considera, fixado um referencial cartesiano do espaço, uma pirâmide quadrangular regular de base [ABCD] e vértice V.

Sabe-se que:

. $A(-3, 0, 1)$

. $B(-1, 4, 5)$

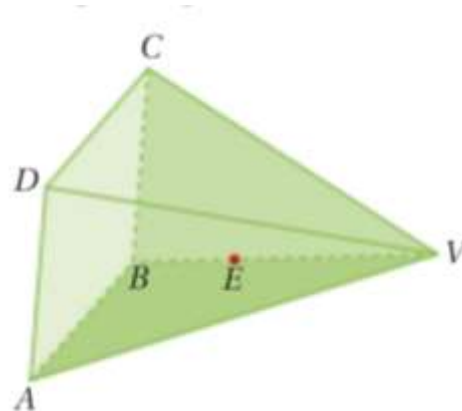
. $\vec{AC}(-2, 2, 8)$

O ponto $E(-4, 5, 4)$ pertence à aresta [BV].

5.1. as coordenadas dos pontos C e D

5.2. uma equação vetorial da reta BE

5.3. as coordenadas do vértice V, sabendo que pertence ao plano de equação $x = -10$



6. Considera, num referencial ortonormado Oxyz, os pontos $P(-2, 0, 1)$ e $Q(-1, 2, 3)$.

Define, através de uma equação vetorial e de um sistema de equações paramétricas:

6.1. a semirreta \vec{PQ}

6.2. o segmento de reta [PQ]

7. Considera o cubo [ABCDEFGH], num referencial ortonormado Oxyz (o ponto D não está representado na figura).

Admite que as coordenadas dos pontos C, G e E são $(2, 3, 6)$, $(6, 1, 10)$ e $(12, 1, 4)$, respetivamente.

7.1. Determina as coordenadas do ponto A.

7.2. Seja r a reta CG

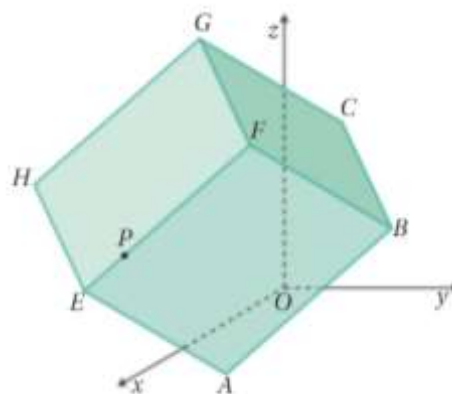
7.2.1 Determina uma equação vetorial da reta r

7.2.2. Determina as coordenadas do ponto de interseção da reta r com o plano yOz

7.3. Sabe-se que: $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y - 4z = 15$ é uma equação de uma superfície esférica com centro no ponto D.

7.3.1. Determina as coordenadas do ponto D.

7.3.2. O ponto H pertence à superfície esférica? Justifica.



FIM