FICHA DE TRABALHO N.º 4	TURMA:10.ºA e 10.º B	2015/2016 (JANEIRO 2016)

GEOMETRIA ANALÍTICA NO ESPAÇO

Exercícios de Nível 1

1. Num referencial ortonormado do espaço, considera o ponto P(-1, 2, 3). Escreve a condição que define:

1.1. o plano paralelo ao plano xOy e que passa pelo ponto P.

1.2. o plano perpendicular ao eixo das ordenadas e que passa pelo ponto P.

1.3. a reta paralela ao eixo das ordenadas e que passa pelo ponto P.

1.4. a reta perpendicular ao plano xOy que contém o ponto P.

2. Considera num referencial ortonormado do espaço os pontos de coordenadas A(-2, 3, 1) e B(2, -5, 0). Escreva a inequação da esfera de diâmetro [AB].

3. Considera, num referencial ortonormado Oxyz, os pontos A(1, 2, 3) , B(-2, 2, 2) e C(2, 2, 0). Justifica que o triângulo [ABC] é retângulo em A.

Exercícios de Nível 2

1. Num referencial ortonormado do espaço, determina os valores de p para os quais o ponto de coordenadas (p^2 - 1, p^2 - p, p) pertence ao eixo das cotas.

2. Considera a superfície esférica de equação: $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+6=0$. Determina as coordenadas do ponto centro e o valor do raio.

3. Considera, num referencial ortonormado do espaço, os pontos: A(1, -1, 2) e B(-2, 2, -4)

3.1. Mostra que o plano mediador de [AB] é definido pela condição: $x-y+2z+3=0$

3.2. Determina $k \in IR$ sabendo que o ponto P(k-1, 2k, k) é equidistante de A e B.

3.3. Determina a interseção do plano mediador de [AB] com:

3.3.1. a reta definida por $x=1 \wedge z=0$

3.3.2. o eixo Ox

4. Fixado um referencial ortonormado do espaço, considera a esfera E definida pela inequação: $x^2+y^2+z^2-4x-6y+2z+4 \leq 0$

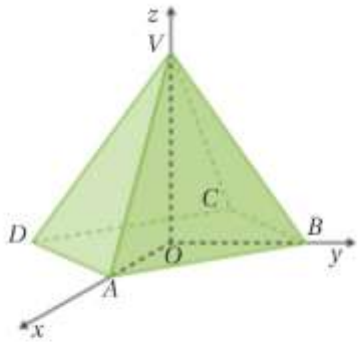
4.1. Mostra que a esfera E tem centro no ponto C(2, 3, -1) e raio $\sqrt{10}$.

4.2. Caracteriza a interseção da esfera com o plano de equação y = 2.

4.3. Determina para que valores reais de c a interseção de E com o plano de equação z = c é um círculo de raio 1.

Exercícios de Nível 3

1. Na figura está representada, num referencial ortonormado do espaço, uma pirâmide quadrangular regular [ABCDV].



. O vértice V pertence ao semieixo positivo Oz.

. Os vértices A e C pertencem ao eixo Ox.

. Os vértices B e D pertencem ao eixo Oy.

. ABV é o plano mediador de [OP], sendo P o ponto de coordenadas (2, 2, 2).

1.1. Mostra que $x + y + z = 3$ é uma equação do plano ABV.

1.2. Determina as coordenadas dos pontos A, B e V.

1.3. Determina o volume da pirâmide.

1.4. Determina uma condição que defina a esfera tangente à base [ABCD] da pirâmide e ao plano de equação z = 2, sabendo que tem um diâmetro contido na altura da pirâmide.

1.5. O plano de equação z = k divide a pirâmide em dois sólidos:

. uma pirâmide de vértice V formada pelos pontos de cota igual ou superior a K;
. um tronco de pirâmide formado pelos pontos de cota igual ou inferior a k.

Sabendo que o volume desta nova pirâmide é igual à sétima parte do volume do tronco de pirâmide, determina o valor de k.

2. Fixado um referencial ortonormado do espaço, a equação $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + k = 0$ define uma superfície esférica S de centro C e raio 6. Considera ainda, nesse referencial, os pontos A(-3, 6, -4) e B(3, -2, -2).

2.1. Determina o valor de k.

2.2. Mostra que C tem coordenadas (-1, 2, 0).

2.3. A reta definida por $x = -1 \land y = 2$ interseta S em dois pontos, M e N. Determina o comprimento do segmento de reta [MN].

2.4. Mostra que os pontos A e B pertencem à superfície esférica S.

2.5. Seja α o plano mediador de [AB]. Determina uma equação cartesiana de α.

FIM